



中华人民共和国国家标准

GB/T 27759—2011/ISO 5168:2005

流体流量测量 不确定度评定程序

Measurement of fluid flow—Procedures for the evaluation of uncertainties

(ISO 5168:2005, IDT)

2011-12-30 发布

2012-05-01 实施



中华人民共和国国家质量监督检验检疫总局
中国国家标准化管理委员会

发布

目 次

前言	III
1 范围	1
2 规范性引用文件	1
3 术语和定义	1
4 符号和缩略语	3
4.1 符号	3
4.2 下角标	5
5 测量过程中不确定度的评定	6
6 不确定度 A 类评定	6
6.1 总则	6
6.2 计算步骤	7
7 不确定度 B 类评定	7
7.1 总则	7
7.2 计算方法	7
7.3 矩形概率分布	8
7.4 正态概率分布	8
7.5 三角形概率分布	8
7.6 双峰概率分布	8
7.7 概率分布的确定	8
7.8 不对称概率分布	8
8 灵敏度系数	9
8.1 总则	9
8.2 分析法	9
8.3 数值法	9
9 不确定度的合成	10
10 计算结果的表示	10
10.1 扩展不确定度	10
10.2 不确定度一览表	11
附录 A (规范性附录) 不确定度计算步骤	13
附录 B (规范性附录) 概率分布	15
附录 C (规范性附录) 包含因子	17
附录 D (资料性附录) 用于不确定度 A 类评定的基本统计概念	18
附录 E (资料性附录) 测量不确定度的来源	28
附录 F (资料性附录) 相关输入变量	30

附录 G (资料性附录) 示例	31
附录 H (资料性附录) 在标准装置上校准流量计	45
附录 I (资料性附录) “随机”和“系统”不确定度来源对不确定度的贡献与 A 类和 B 类不确定度的关系	48
附录 J (资料性附录) 两台或多台流量计并联使用的特殊情况	49
附录 K (资料性附录) 不确定度分析的可选用技术	51
参考文献	52

前 言

本标准按照 GB/T 1.1—2009 给出的规则起草。

本标准使用翻译法等同采用 ISO 5168:2005《流体流量测量 不确定度评定程序》(英文版)。

本标准做了如下编辑性修改:

- 为与 JJF 1059—1999《测量不确定度评定与表示》的符号一致,相对标准不确定度的符号用“ u_{rel} ”代替“ u ”,相对扩展不确定度的符号用“ U_{rel} ”代替“ U ”;
- 删除了原国际标准中未在标准中规范性引用的规范性引用文件 ISO 9300,并将其列入了参考文献;
- 重新编排了参考文献的顺序。

本标准由中国机械工业联合会提出。

本标准由全国工业过程测量和控制标准化技术委员会(SAC/TC 124)归口。

本标准起草单位:上海工业自动化仪表研究院、海军航空仪器计量站、上海仪器仪表自控系统检验测试所、上海市计量测试技术研究院、余姚市银环流量仪表有限公司、天信仪表集团有限公司、海盐美捷测试仪器有限公司、中环天仪股份有限公司、丹东贝特自动化工程仪表有限公司、上海西派埃仪表成套有限公司。

本标准主要起草人:郭爱华、邓江生、顾顺凤、张进明、朱家顺、叶朋、郁伟、张亮、朱晓光、王继忠。

流体流量测量 不确定度评定程序

1 范围

本标准确定并描述了评定流体流量或总量测量不确定度的基本原则和程序。

附录 A 给出了计算不确定度的步骤。

本标准适用于评定流体流量或总量测量的不确定度。

2 规范性引用文件

下列文件对于本文件的应用是必不可少的。凡是注日期的引用文件,仅注日期的版本适用于本文件。凡是不注日期的引用文件,其最新版本(包括所有的修改单)适用于本文件。

ISO 测量不确定度表示指南(GUM),1995(ISO Guide to the expression of uncertainty in measurement (GUM),1995)

国际计量学基本和通用术语(VIM),1993(International vocabulary of basic and general terms in metrology (VIM),1993)

3 术语和定义

ISO 测量不确定度表示指南(GUM,1995)和国际计量学基本和通用术语(VIM,1993)界定的以及下列术语和定义适用于本文件。

3.1

不确定度 uncertainty

与测量结果有关,表征合理赋予被测量的值的离散度的参数。

注:不确定度用绝对值表示,无正、负号。

3.2

标准不确定度 standard uncertainty

$u(x)$

以标准偏差表示的测量结果的不确定度。

3.3

相对标准不确定度 relative uncertainty

$u_{rel}(x)$

标准不确定度除以最佳估计值。

注 1: $u_{rel}(x) = u(x)/x$ 。

注 2: $u_{rel}(x)$ 可以用百分数或百万分率表示。

注 3: 相对不确定度有时指无量纲不确定度。

注 4: 在多数情况下,最佳估计值是相关不确定度区间的算术平均值。

3.4

合成标准不确定度 combined standard uncertainty

$u_c(y)$

从若干其他量的值中取得的测量结果的标准不确定度。它等于各项之和的正平方根,这些项为其

他量的方差或协方差,根据测量结果随这些量的变化而变化的程度予以加权。

3.5

相对合成标准不确定度 relative combined uncertainty

$u_{\text{rel}}(y)$

合成标准不确定度除以最佳估计值。

注 1: $u_{\text{rel}}(y)$ 可以用百分数或百万分率表示。

注 2: $u_{\text{rel}}(y) = u_c(y)/y$ 。

注 3: 相对合成不确定度有时指无量纲合成不确定度。

注 4: 在多数情况下,最佳估计值是相关不确定度区间的算术平均值。

3.6

扩展不确定度 expanded uncertainty

U

确定测量结果区间的量,合理赋予被测量之值的大部分可望含于此区间。

注 1: 该部分可看作为该区间的覆盖概率或置信水平。

注 2: $U = k u_c(y)$ 。

3.7

相对扩展不确定度 relative expanded uncertainty

U_{rel}

扩展不确定度除以最佳估计值。

注 1: U_{rel} 可以用百分数或百万分率表示。

注 2: $U_{\text{rel}} = k u_{\text{rel}}(y)$ 。

注 3: 相对扩展不确定度有时指无量纲扩展不确定度。

注 4: 在多数情况下,最佳估计值是相关不确定度区间的算术平均值。

3.8

包含因子 coverage factor

k

为求得扩展不确定度,作为合成标准不确定度的乘数的数值因子。

注: 包含因子通常在 2~3 范围内。

3.9

A 类评定 type A evaluation

通过统计分析一系列观测值来评定不确定度的方法。

3.10

B 类评定 type B evaluation

并非通过统计分析一系列观测值来评定不确定度的方法。

3.11

灵敏度系数 sensitivity coefficient

c_i

输出量估计值 y 的变化除以对应的输入量估计值 x_i 的变化。

3.12

相对灵敏度系数 relative sensitivity coefficient

c_i^*

输出量估计值 y 的相对变化除以对应的输入量估计值 x_i 的相对变化。

4 符号和缩略语

4.1 符号

a_i	与输入量估计值 x_i 有关的不确定度置信区间的估计半宽,其定义见附录 B
A_i	喉部面积
b_i	与垂直面 i 有关的宽度
b'_i	附录 B 中定义的不对称不确定度分布的上限
c_i	灵敏度系数,用于同输入量估计值 x_i 中的不确定度相乘,得出输入量变化对输出量估计值 y 的不确定度的影响
c_i^*	相对灵敏度系数,用于同输入量估计值 x_i 中的相对不确定度相乘,得出输入量相对变化对输出量估计值 y 的相对不确定度的影响
C_c	校准系数
C	流出系数
C_v	变化系数
d_i	与垂直面 i 有关的深度
d_o	节流孔径
$d_{o,0}$	温度为 $T_{0,x}$ 时测得的节流孔径
d_p	管径
$d_{p,0}$	温度为 $T_{0,x}$ 时测得的管径
\bar{E}	平均仪表误差,用百分数表示
E_j	第 j 次仪表误差,用百分数表示
f	被测量的估计值 y 与输入量的估计值 x_i 之间的函数关系, y 取决于 x_i
$\frac{\partial f}{\partial x_i}$	被测量与输入量之间的函数关系 f 关于输入量 x_i 的偏导数
F	流量因子,等于 $\frac{q}{\sqrt{\Delta p_r}}$
F_{exp}	新设计的流量因子
F_{Refp}	$(19\,000 \cdot \beta / Re_{d0})^{0.8}$
F_{ref}	参比流量因子
F_s	表示有限数量垂直面的离散和与整个横截面上连续函数的积分之间关系的因子,假定为 1
k	用于计算扩展不确定度 U 的包含因子
k_t	来自表格的包含因子,见 D.12
K	仪表系数
\bar{K}	平均仪表系数
K_j	第 j 个 K 系数
l_b	堰顶宽度
l_h	测得的水头
l_1	上游取压口至上游端面的距离
L_1	l_1 除以管径 d_p
l'_2	下游取压口至下游端面的距离

L'_2	l'_2 除以管径 d_p
m	一组数据中的特定项
m'	汇总数据组数
m''	垂直面数量
M'_2	$2L'_2/(1-\beta)$
n	重复读数或观察次数
n'	l_n 的指数,通常矩形堰为 1.5,V 型槽为 2.5
n''	在一个垂直面上测量速度时所选取的不同深度的数量
N	与被测量相关的输入量估计值 x_i 的数量
p_0	上游压力
Δp_{mt}	孔板流量计前后的压差
Δp_r	散热器前后的压差
$P(a_i)$	输入量估计值 x_i 等于 a_i 的概率
q	体积流量
q_{ma}	质量流量
Q	工况条件下的流量,以立方米每秒表示
R	通用气体常数
Re_{dp}	与 d_p 有关的雷诺数,以 $Vd_p\rho/\mu$ 表示
$s_{mt,po}$	孔板流量计读数的汇总实验标准偏差
s_{pe}	大、小样本数据一起使用的标准偏差
s_{po}	几组数据汇合而成的标准偏差
$s_{r,po}$	散热器读数的汇总实验标准偏差
$s(x)$	n 次重复观测确定的随机变量 x 的实验标准偏差
$s(\bar{x})$	算术平均值 \bar{x} 的实验标准偏差
t	t 统计值(学生统计值)
T_0	上游绝对温度
$T_{0,x}$	测量 x 时的温度
T_{op}	工作温度
$u_{c,corr}(y)$	多个仪表相关元件的合成不确定度
$u_{c,uncorr}(y)$	多个仪表不相关元件的合成不确定度
$u_{rel,cal}$	各方面因素造成的仪表校准不确定度,以前称为系统误差或偏差
$u_{rel,cri}$	流速计的响应可变所引起的垂直面 i 特定深度处点速度的相对不确定度
$u_{rel,d}$	流出系数的相对标准不确定度
$u_{rel,ei}$	流速波动(脉动)所引起的垂直面 i 特定深度处点速度的相对不确定度
$u_{rel,lb}$	堰顶宽度测量的相对标准不确定度
$u_{rel,lh}$	水头测量的相对标准不确定度
$u_{rel,m'}$	垂直面数量有限所引起的相对不确定度
$u_{rel,pi}$	在垂直面 i 上测量流速时,深度数量有限所引起的平均速度 V_i 的相对不确定度
$u_{rel}(Q)$	流量的合成相对标准不确定度
u_{sm}	单个经验值的标准不确定度
$u_{(xi,corr)}$	单个仪表不确定度的相关分量
$u_{(xi,uncorr)}$	单个仪表中不确定度的不相关分量

$u(x_i)$	与输入量估计值 x_i 有关的标准不确定度
$u_c(y)$	与输出量估计值 y 有关的合成标准不确定度
$u_{rel.}(x_i)$	与输入量估计值 x_i 有关的相对标准不确定度
$u_{rel.c.}(y)$	与输出量估计值 y 有关的合成相对标准不确定度
$U_{rel.}(y)$	与输出量估计值 y 有关的相对扩展不确定度
$U(y)$	与输出量估计值 y 有关的扩展不确定度
U_{CMC}	校准装置的合成不确定度
$U_{AS-overall-E}$	仪表误差的 A 类不确定度
$U_{AS-overall-K}$	K 因子的 A 类不确定度
V	管道内的平均速度
V_i	与垂直面 i 有关的平均速度
x_i	输入量 X_i 的估计值
x_m	随机变量 x 的第 m 次观测值
x_0	温度为 $T_{0,x}$ 时的尺寸
\bar{x}	随机变量 x 的 n 次重复观测值 x_m 的算术平均值
y	被测量 Y 的估计值
Δx_i	用于确定灵敏度系数值的 x_i 的增量
Δy	确定灵敏度系数值时得到的 y 的增量
Z_n	Grubbs 检验法的离散值统计量
β	孔板直径比, 等于 d_o/d_p
φ_{cf}	临界流函数
Φ_F	新型设计相比旧设计的 F 因数之比
λ	膨胀系数
μ	流体黏度
ρ	流体密度
ν	自由度
ν_{eff}	有效自由度
ν_{po}	与汇总标准偏差有关的自由度

4.2 下角标

c	合成的
$corr$	相关的
do	节流孔直径
dp	管道有效直径
ex	外部的
i	第 i 次输入量的
j	第 j 组的
$k=2$	包含因子等于 2 获得的
m	第 m 次观测的
n	第 n 次观测的
N	第 N 次输入的
nom	公称值

op	工作温度
pe	来自以往经验的
po	汇总的
sm	基于单次测量的
t	容差区间
uncorr	不相关的
x	x 的
\bar{x}	x 平均值的
95	置信水平为 95%

5 测量过程中不确定度的评定

评定不确定度的第 1 步是确定测量过程。对于流量测量,通常需要综合多个输入量的值以取得输出量的值。确定测量过程时应列出所有相关输入量。

附录 E 列出了多种类型的不确定度来源。这个分类有助于确定测量过程中的所有不确定度来源。以下章节假定这些不确定度的来源是不相关的;相关的不确定度来源需采取不同方法的处理(见附录 F)。

鉴于流量会随时间而变化并且校准也会随时间而变化,还应考虑进行测量的时间。

如果流量测量过程中输入量 X_1, X_2, \dots, X_N 和输出量 Y 之间的函数关系由公式(1)表示:

$$Y = f(X_1, X_2, \dots, X_N) \dots\dots\dots(1)$$

那么,可用输入量的估计值 x_1, x_2, \dots, x_N 由公式(1)求得 Y 的估计值 y , 如公式(2)所示:

$$y = f(x_1, x_2, \dots, x_N) \dots\dots\dots(2)$$

如果输入量 X_i 是不相关的,那么,根据公式(3)计算和合成每一种作用因素的不确定度,可以求得测量过程的总不确定度:

$$u_c(y) = \sqrt{\sum_{i=1}^N [c_i u(x_i)]^2} \dots\dots\dots(3)$$

则即使某些输入量是相关的,只要知道它们相互依赖程度小,也可应用公式(3);GB/T 2624.1—2006^[1]提供了类似的例子。

不确定度的各个独立分量 $u(x_i)$ 采用下述方法之一进行评定:

- A 类评定:采用统计方法对一系列读数进行计算,见第 6 章;
- B 类评定:采用其他方法(例如,工程判断法)进行计算,见第 7 章。

有时,将不确定度来源分为“随机的”或“系统的”,这种分类法与 A 类评定、B 类评定的关系见附录 I。

灵敏度系数 c_i 提供了每个输入的不确定度和最终输出的不确定度之间的关系。各灵敏度系数 c_i 的计算方法详见第 8 章。

6 不确定度 A 类评定

6.1 总则

不确定度 A 类评定是采用统计方法对一系列测量结果进行评定。

虽然不确定度的随机分量不能通过修正加以消除,但与之相关的不确定度会随着测量次数的增加而逐步减小。在进行一系列测量时,应该意识到测量的目的是确定测量过程中的随机波动,数据采集的时标应反映波动的预期时标。对于波动超过数分钟的过程,以毫秒级的时间间隔采集读数不能充分反

映波动的特性。

在许多测量场合,进行大量的测量是不现实的。这时,该不确定度分量只能在先前对类似条件下取得的大量读数进行 A 类评定的基础上加以确定。由于“先前的测量是在完全相似的条件下进行”的假设总会存在某些不确定度,所以在做出这样的评定时应特别谨慎(见附录 D)。

计算平均值和单一值不确定度的方法可反映出取几个读数的平均值得出的不确定度较低[式(4)~式(8)],详见 D.4~D.6。

6.2 计算步骤

下列公式的详细说明可参见附录 D。

被测量 x_i 的标准不确定度,用测量样本 $x_{i,m}$,按公式(4)~公式(8)进行计算。

a) 按公式(4)计算测量的平均值,见 D.1:

$$\bar{x}_i = \frac{1}{n} \sum_{m=1}^n x_{i,m} \quad \dots\dots\dots(4)$$

b) 按公式(5)计算样本的标准偏差,见 D.2:

$$s(x_i) = \sqrt{\frac{1}{(n-1)} \sum_{m=1}^n (x_{i,m} - \bar{x}_i)^2} \quad \dots\dots\dots(5)$$

单个样本的标准不确定度等于其标准偏差,见公式(6):

$$u(x_i) = s(x_i) \quad \dots\dots\dots(6)$$

c) 按公式(7)计算平均值的标准偏差,见 D.4:

$$s(\bar{x}_i) = \frac{s(x_i)}{\sqrt{n}} \quad \dots\dots\dots(7)$$

平均值的标准不确定度由公式(8)给出:

$$u(\bar{x}_i) = s(\bar{x}_i) \quad \dots\dots\dots(8)$$

取多个读数的平均值是减小读数受随机变化影响造成的不确定度的关键。公式(7)的出处见 Dietrich^[9]。

注:这里给出的是一种简化方法。当公式(1)确定的函数关系高度非线性且不确定度很大时,可采用 GUM(1995)中 4.1.4 所述更为严密的方法。

7 不确定度 B 类评定

7.1 总则

B 类不确定度评定采用非统计方法分析一系列观察值。

如 D.9 所述,不确定度 A 类评定产生带宽为 1 个标准偏差的区间,被测量的值有 68% 的概率处于此区间内。B 类评定时,必须确保达到类似的置信水平,以便使采用不同方法取得的不确定度能够进行比对和合成。

B 类评定不一定以正态分布为主,规定的限值范围可反映置信水平的变化。虽然仪表分辨率不确定度限定的数值范围的置信水平为 100%,但该数值范围将以 95% 而不是更高或更低的数字表示,因此,校准证书给出涡轮流量计的仪表系数的置信水平为 95%。各种常用分布的标准不确定度的计算公式见 7.3~7.8。

7.2 计算方法

B 类不确定度评定需要了解与不确定度相关的概率分布。7.3~7.8 给出了最常用的概率分布。分布形态见附录 B。

7.3 矩形概率分布

典型的矩形概率分布包括：

- 两次校准之间仪表最大漂移；
- 受仪表显示器分辨率限制产生的误差；
- 制造商的允许偏差极限。

当被测值在 $x_i - a_i$ 和 $x_i + a_i$ 区间时，被测值 x_i 的标准不确定度按公式(9)计算：

$$u(x_i) = \frac{a_i}{\sqrt{3}} \dots\dots\dots(9)$$

公式(9)的出处见 Dietrich^[9]。

7.4 正态概率分布

典型例子有列出置信水平或包含因子及扩展不确定度的校准证书。此处的标准不确定度按公式(10)计算：

$$u(x_i) = \frac{U}{k} \dots\dots\dots(10)$$

式中：

- U ——扩展不确定度；
- k ——引用的包含因子，见附录 C。

当引用的扩展不确定度中应用到包含因子时，应注意确保用适当的 k 值再现潜在的标准不确定度。但是，如果未给出包含因子或引用的置信水平为 95%，则 k 值应取 2。

7.5 三角形概率分布

某些不确定度只是给出一个最大范围，并假设所有量值都在这一范围内。因此，往往认为量值的分布是两头少，中间多。在这种情况下，矩形分布的假设就过于保守，可采用公式(11)给出的三角形分布，作为介于正态分布和矩形分布假设之间的折中方案。

$$u(x_i) = \frac{a_i}{\sqrt{6}} \dots\dots\dots(11)$$

7.6 双峰概率分布

当误差始终为极值时，可应用双峰概率分布，标准不确定度按公式(12)计算：

$$u(x_i) = a_i \dots\dots\dots(12)$$

此类分布的例子在流量测量中很少见。

7.7 概率分布的确定

确定了不确定度信息来源后，如校准证书或制造商的允许偏差，概率分布的选择就很明确了。但当信息未完全确定时，例如在评估校准条件和使用条件存在差异的影响时，概率分布的选择需要仪表工程师做出专业判断。

7.8 不对称概率分布

上述概率分布均为对称分布，但在有些情况下，输入量 X_i 的上限值和下限值相对于其最佳估计值 x_i 是不对称的。在缺少概率分布信息的情况下，GUM 推荐假设其为整个范围等于从上限值到下限值

范围的矩形分布。标准不确定度按公式(13)计算:

$$u(x_i) = \frac{a_i + b'_i}{\sqrt{12}} \quad \dots\dots\dots (13)$$

式中, $(x_i - a_i) < X_i < (x_i + b'_i)$ 。

更为稳妥的方法是选取基于两个不对称界限中较大一个的矩形分布。

$$u(x_i) = \frac{a_i}{\sqrt{3}} \text{ 和 } \frac{b'_i}{\sqrt{3}} \text{ 中较大值} \quad \dots\dots\dots (14)$$

若不确定度的不对称部分占总不确定度的比例很大,可考虑采用其他替代方法,如蒙特卡罗分析法;见附录 K。

常见的不对称分布例子是由于机械条件变化,例如涡轮流量计轴承摩擦力增加或孔板边缘腐蚀引起的仪表漂移。

8 灵敏度系数

8.1 总则

在考虑不确定度的合成方法之前,必须意识到,仅考虑输入量中不确定度分量的大小是不够的,还必须考虑每个输入量对最终结果的影响。例如,在不知道直径或热膨胀对流量测量的影响时,直径中 50 μm 的不确定度或热膨胀系数中 5% 的不确定度对于用孔板测量流量而言是毫无意义的。因此,引入了输出量对输入量的灵敏度的概念,即灵敏度系数,有时称为“影响系数”。

每个输入量的灵敏度系数按下列方法之一取得:

- 分析法;
- 数值法。

8.2 分析法

当函数关系用公式(1)表示时,灵敏度系数定义为输出量 y 相对于输入量 x_i 的变化率,其值可按公式(15)用偏微分法计算:

$$c_i = \frac{\partial y}{\partial x_i} \quad \dots\dots\dots (15)$$

当使用无量纲不确定度(例如,百分比不确定度)时,还应按公式(16)计算无量纲灵敏度系数:

$$c_i^* = \frac{\partial y}{\partial x_i} \frac{x_i}{y_i} \quad \dots\dots\dots (16)$$

在某些特殊情况下,例如通过校准试验简化输入量和输出量之间的函数关系, c_i 或 c_i^* 的值可以是一致的。附录 G 中的例 1 给出了校准喷嘴的例子。

8.3 数值法

若无数学关系可用,或函数关系复杂,可采用数值法,通过计算输入变量 x_i 的微小变化对输出值 y 的影响,方便地求得灵敏度系数。

首先用 x_i 计算 y ,然后用 $(x_i + \Delta x_i)$ 重新计算 y 。其中, Δx_i 是 x_i 的小增量。重新计算的结果可表示为 $y + \Delta y$, Δy 是由 Δx_i 引起的 y 的增量。

然后按公式(17)计算灵敏度系数:

$$c_i \approx \frac{\Delta y}{\Delta x_i} \quad \dots\dots\dots (17)$$

按公式(18)计算无量纲或相对灵敏度系数:

$$c_i^* \approx \frac{\Delta y}{\Delta x_i} \frac{x_i}{y} \dots\dots\dots (18)$$

表 1 显示了如何建立一个典型的数据表来计算 $y=f(x_1, x_2, \dots, x_N)$ 的任何函数的灵敏度系数。

表 1 计算灵敏度系数用数据表

灵敏度系数	增量	x_1	x_2	...	x_i	x_N	y	c	c^*
—	—	x_1	x_2	...	x_i	x_N	$y=f(x_1, x_2, \dots, x_N)=y_{nom}$	—	—
c_1	$\Delta x_1 \approx 10^{-6} \times x_1$	$x_1 + \Delta x_1$	x_2	...	x_i	x_N	$y_i=f(x_1 + \Delta x_1, x_2, \dots, x_N)$	$\frac{(y_i - y_{nom})}{\Delta x_1}$	$c_1 \times \frac{x_1}{y_{nom}}$

分析法是计算公称值 x_i 时 y 相对于 x_i 的斜率,而数值法是计算 $x_i \sim (x_i + \Delta x_i)$ 区间内的平均斜率。因此,使用的增量 Δx_i 应尽量小且不能大于参数 x_i 的不确定度。然而,如果增量太小从而导致计算结果 y 的变化与计算器或数据表的分辨率相当,就会使问题更加复杂。在这种情况下, c_i 的计算会不稳定。该问题可这样来解决,首先设定 Δx_i 等于 x_i 的不确定度,然后逐步减小 Δx_i ,直到 c_i 以适当的允差与原先的计算结果保持一致。此叠代过程可由计算机电子数据表自动完成。

9 不确定度的合成

一旦通过 A 类评定或 B 类评定确定了各个输入变量的标准不确定度及其相关灵敏度系数后,就能按公式(19)确定输出量的合成不确定度:

$$u_c(y) = \sqrt{\sum_{i=1}^N [c_i u(x_i)]^2} \dots\dots\dots (19)$$

在使用了相对不确定度进行计算时,也应使用相对灵敏度系数,按公式(20)计算合成不确定度:

$$u_{rel}(y) = \sqrt{\sum_{i=1}^N [c_i^* u_{rel}(x_i)]^2} \dots\dots\dots (20)$$

公式(19)和公式(20)假设各个输入量是不相关的,相关输入变量的处理方法在附录 F 中介绍。当使用同一台仪表进行多次测量或对照同一台基准对多台仪器进行校准时就具有相关性。

通常,选择绝对不确定度或相对不确定度是无关紧要的。但是,一旦做出选择,就应注意使所有不确定度用同样的术语表示。如果以相对不确定度表示,那么,零点可变的测量会带来很多问题。例如,直径 500 mm 的不确定度为 1 mm,用相对不确定度表示为 0.2%,如果用英寸表示则为直径 19.69 in 的不确定度为 0.039 4 in,而相对不确定度不变。然而,如果温度为 20 °C 的不确定度为 0.5 °C,相对不确定度为 2.5%,但是用华氏温度表示时,温度为 68 °F,不确定度为 0.9 °F,相对不确定度为 1.3%。在这种情况下,就不能使用相对不确定度而应使用绝对不确定度。相对不确定度只能用于计算最终结果的测量。

10 计算结果的表示

10.1 扩展不确定度

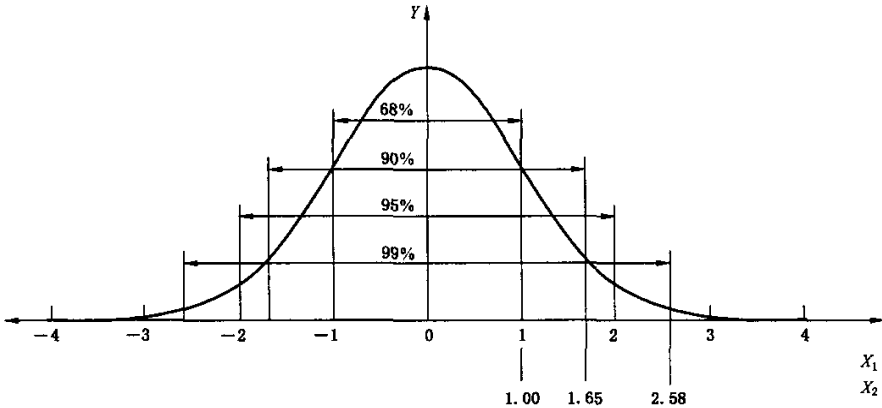
公式(19)和公式(20)中,总不确定度是将每个输入源的标准不确定度在测量结果不确定度中所占的份额相加得出的。因此,由此产生的合成不确定度是一个标准不确定度;参见图 1 可知,当有效系数

k 为 1 时,由标准不确定度限定的带宽将只有 68% 的置信水平。因此,真值处于该带宽内的概率为 2/3,处于该带宽外的概率为 1/3。从工程学来说,这样的概率毫无价值,而正常的要求是提供的不确定度应具有 90% 或 95% 的置信水平,在一些特殊情况下,可能会要求达到 99% 或更高。为了获得所需置信水平,应按公式(21)计算扩展不确定度 U :

$$U = k u_c(y) \quad \dots\dots\dots (21)$$

若要用到相对不确定度,按公式(22)计算相对扩展不确定度:

$$U_{rel} = k u_{rel}(y) \quad \dots\dots\dots (22)$$



说明:
 X_1 ——标准偏差;
 X_2 ——包含因子;
 Y ——读数在带宽中的百分比。

图 1 正态(或高斯)分布下不同置信水平的包含因子

建议在大多数应用场合,采用包含因子 $k=2$,以达到约为 95% 的置信水平;包含因子根据应用要求而定。各置信水平对应的 k 值见表 2。

表 2 正态(或高斯)分布下不同置信水平的包含因子

置信水平/%	68.27	90.00	95.00	95.45	99.00	99.73
包含因子 k	1.000	1.645	1.960	2.000	2.576	3.000

如果不确定度中随机影响的份额相比于其他影响显得较大并且读数很少,上述方法提供的是最佳包含因子。这时,应采用附录 C 中规定的程序来评估实际包含因子。下述判据可用于确定是否应用附录 C 中规定的程序。

通常,如果仅用 A 类评定法评定不确定度,并且 A 类标准不确定度小于合成标准不确定度的一半,只要 A 类评定时的观测次数大于 2,就不需要采用附录 C 中规定的方法确定包含因子的数值。

与扩展不确定度相关的不确定度可使用下角标表示。

例如, U_{95} 或 $U_{k=2}$ 。

10.2 不确定度一览表

不确定度评定报告应包含(或引用)不确定度一览表,至少应包括表 3 中所列出的信息。

表 3 不确定度一览表

符号	不确定度来源	输入量的 不确定度	概率分布	包含因子 [见公式(9) ~公式(14)]	标准不确定度 $u(x_i)$	灵敏度系数 c_i	对总不确定度 的贡献 $[c_i u(x_i)]^2$
$u(x_1)$	例如,校准	5	正态	2	2.5	0.5	1.56
$u(x_2)$	例如,输出分辨率	1	矩形	$\sqrt{3}$	0.58	2.0	1.35
...							
$u(x_i)$							
$u(x_N)$							
u_c	合成不确定度	—	—	—	$u_c(y) = \sqrt{\Sigma}$	← ^a	$= \Sigma [c_i u(x_i)]^2$
U	扩展不确定度	$= k u_c(y)$	← ^a	k	← ^a	—	—

^a 表格最后两行里的箭头表示这几行里最终扩展不确定度的计算过程是从右至左,而其上方几行里的计算过程是从左至右。

表 3 以绝对不确定度表示,每个输入和对应的标准不确定度都以输入参数的单位表示。此表也可以用相对不确定度表示,所有输入和得出的标准不确定度以百分数或百万分率表示。这样输入都是标准不确定度,标有“输入量的不确定度”、“概率分布”和“包含因子”的栏目可以省略。

如果计算合成不确定度的目的在于确定测试结果是否达到规定的 uncertainty 水平,并且分析表明将超过该 uncertainty 水平,则一览表可用于确定 uncertainty 主要来源,指出问题所在之处。

计算出置信水平至少为 95% 的扩展 uncertainty 后,测量结果应按如下方式陈述:

- “测量结果为_____ [数值]”;
- “测量结果的 uncertainty 为_____ [数值] (以绝对值或相对值表示应酌情而定)”;
- “报告中的 uncertainty 是标准 uncertainty 乘以包含因子 $k=2$, 置信水平约为 95%”。

如果是按附录 C 的程序计算,应该用实际包含因子值取代 $k=2$ 。如果置信水平大于 95%,应采用相应的 k 因子和置信水平。

在 uncertainty 分析结果报告中,应陈述清楚报告中的 uncertainty 究竟是单个值的 uncertainty、规定数量值的平均值的 uncertainty,还是规定数量值的曲线拟合的 uncertainty。

附录 A
(规范性附录)
不确定度计算步骤

A.1 绝对和相对不确定度

为避免混淆,应决定是采用绝对不确定度评定还是相对不确定度评定(例如百万分率或百分率)。在决定时,应关注第9章中有关零点可变参数的说明。

A.2 数学关系

按公式(1)确定输入量和输出量的数学关系:

$$Y = f(X_1, X_2, \dots, X_N)$$

注:本附录中提到的公式编号和标准正文中的公式编号一致。

A.3 标准不确定度**A.3.1 总则**

确定每个输入量中不确定度的来源(参见附录E)。评定每个不确定度来源的标准不确定度。每个分量的计算方法取决于不确定度评定类别和相关概率分布。通常可采用下述方法之一计算标准不确定度。

A.3.2 A类评定——重复测量平均值的标准偏差

$$u(\bar{x}_i) = s(\bar{x}_i)$$

见公式(8)。

A.3.3 B类评定——基于主观评估和经验**A.3.3.1 矩形概率分布**

$$u(x_i) = \frac{a_i}{\sqrt{3}}$$

见图B.1和公式(9)。

A.3.3.2 正态概率分布

$$u(x_i) = \frac{U}{k}$$

见图B.2和公式(10)。

A.4 灵敏度系数**A.4.1 总则**

灵敏度系数既能用分析法又能用数值法计算,既可以有量纲,也可以无量纲。选用有量纲灵敏度系

数或无量纲灵敏度系数取决于 A.1 中的选择。

A.4.2 有量纲

$$c_i = \frac{\partial y}{\partial x_i} \approx \frac{\Delta y}{\Delta x_i}$$

见公式(15)和公式(17)。

A.4.3 无量纲

$$c_i^* = \frac{\partial y}{\partial x_i} \frac{x_i}{y} \approx \frac{\Delta y}{\Delta x_i} \frac{x_i}{y}$$

见公式(16)和公式(18)。

A.5 合成不确定度

A.5.1 总则

确认输入量是否相关。如果输入量是不相关的,按 A.5.2 或 A.5.3 计算合成标准不确定度。如果输入量是相关的,按附录 F 计算合成标准不确定度。

A.5.2 有量纲

$$u_c(y) = \sqrt{\sum_{i=1}^N [c_i u(x_i)]^2}$$

见公式(19)。

A.5.3 无量纲

$$u_{\text{crel}}(y) = \sqrt{\sum_{i=1}^N [c_i^* u_{\text{rel}}(x_i)]^2}$$

见公式(20)。

A.6 不可靠输入量

如果使用不可靠输入量(例如,小样本),应采用附录 C 的程序取得 A.7 中计算扩展不确定度用的包含因子。

A.7 扩展不确定度

计算扩展不确定度。

$$U = k u_c(y)$$

见公式(21);或

$$U_{\text{rel}} = k u_{\text{crel}}(y)$$

见公式(22)。

A.8 计算结果的表示

按附录 A 计算的结果应按第 10 章所述列入报告。

附录 B
(规范性附录)
概率分布

图 B.1~图 B.5 所示为各种类型的概率分布。

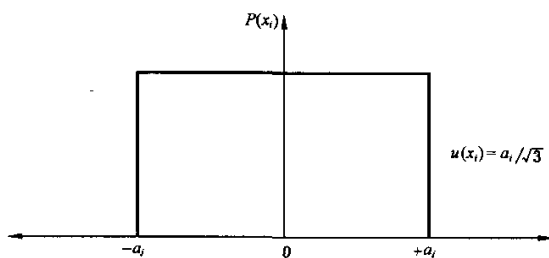
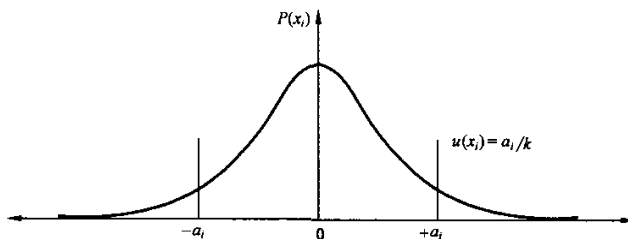


图 B.1 矩形概率分布



k ——适合于 $\pm a_i$ 范围的包含因子。

图 B.2 正态概率分布

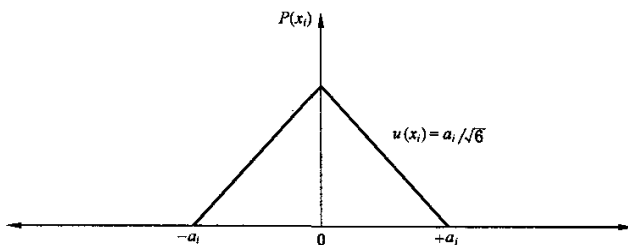


图 B.3 三角形概率分布

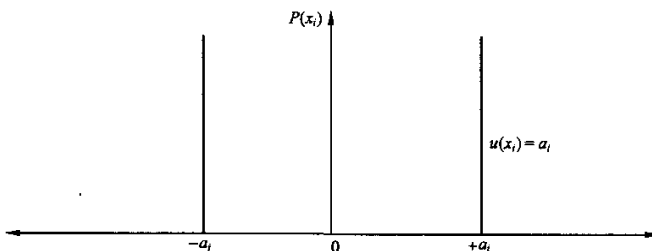


图 B.4 双峰概率分布

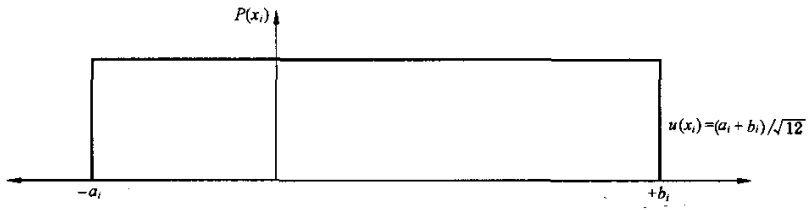


图 B.5 不对称概率分布

附录 C
(规范性附录)
包含因子

有关本主题的详细论述见 GUM (1995)的附录 G。

理论上讲,不确定度评定以可靠的 B 类评定和采用大量观测值的 A 类评定为基础,若取包含因子 $k=2$,意味着扩展不确定度的置信水平接近 95%。然而,当这两种假设都不成立时,就要按以下四个步骤确定修正的包含因子和扩展不确定度。

- a) 计算输出值 y 、合成标准不确定度 $u_c(y)$ 和各个不确定度分量 $u_i(y)=c_i u(x_i)$ 。
- b) 根据 Welch-Satterthwaite 公式(C. 1)计算合成标准不确定度的有效自由度 ν_{eff} :

$$\nu_{\text{eff}} = \frac{u_c^4(y)}{\sum_{i=1}^N \frac{u_i^4(y)}{\nu_i}} \dots\dots\dots (C. 1)$$

其中, A 类评定的自由度等于观测次数减去 1,见公式(C. 2):

$$\nu_i = n - 1 \dots\dots\dots (C. 2)$$

B 类评定的自由度按公式(C. 3)计算:

$$\nu_i \approx \frac{1}{2} \left[\frac{\Delta u_i(y)}{u_i(y)} \right]^{-2} \dots\dots\dots (C. 3)$$

其中, $u_i(y)$ 的相对不确定度为 $\Delta u_i(y)/u_i(y)$ 。其值是根据可用信息,经过科学判断,主观估计的。然而,当 B 类评定使用上限和下限并且量值在此范围外的概率可忽略时,自由度为无穷大,见公式(C. 4):

$$\nu_i \rightarrow \infty \dots\dots\dots (C. 4)$$

- c) 得出 ν_{eff} 值后,按表 C. 1 确定学生分布 t 值。引用数值的置信水平约为 95%。通常使用 95.45%,以确保包含因子 $k=2$ 适用于 $\nu_{\text{eff}} \rightarrow \infty$ 。

表 C. 1 学生分布 t , 双侧试验, 置信水平 95.45%^{a,b}

ν_{eff}	1	2	3	4	5	6	7	8	10	12	14	16
t_{95}	13.97	4.53	3.31	2.87	2.65	2.52	2.43	2.37	2.28	2.23	2.20	2.17
ν_{eff}	18	20	25	30	35	40	45	50	60	80	100	∞
t_{95}	2.15	2.13	2.11	2.09	2.07	2.06	2.06	2.05	2.04	2.03	2.02	2.00

^a 在表中所示数值之间作线性内插可取得具有足够准确度的其他自由度的 t 值。

^b 从 Dietrich^[9]等给出的统计表中可取得其他置信水平的 t 值。

- d) 按公式(C. 5)计算扩展不确定度:

$$U_{95} = k_{95} u_c(y) = t_{95} u_c(y) \dots\dots\dots (C. 5)$$

注: 对于任何 ν_{eff} 小于 ∞ , 如果假设 $k=2$, 总会低估 U_{95} ; 对于 $\nu_{\text{eff}}=10$, 低估达到 14%。

附录 D (资料性附录)

用于不确定度 A 类评定的基本统计概念

D.1 一组数据的平均值, \bar{x}

一组数据的样本平均值 \bar{x} 指样本中所有数值的算术平均值,按公式(D.1)计算:

$$\bar{x} = \frac{1}{n}(x_1 + x_2 + x_3 + \cdots + x_n) = \frac{1}{n} \sum_{m=1}^n x_m \quad \cdots \cdots \cdots (D.1)$$

式中:

x_m ——第 m 个样本值;

n ——样本值数量。

D.2 一组数据的实验标准偏差, s

实验数据样本中,各数值之间总会有变化。通常,对提取样本的全部数据的可变性进行评估更有意义。这种评估利用样本数据的标准偏差 s 进行。标准偏差按公式(D.2)计算:

$$s(x) = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{m=1}^n (x_m - \bar{x})^2} \quad \cdots \cdots \cdots (D.2)$$

在使用计算器或数据表计算 $s(x)$ 时应谨慎,因为它们们在计算过程中有时会用 n 代替式中的 $n-1$,并把样本当作全部数据来处理。这样计算出的标准偏差会偏小。样本数据越多 ($n \geq 200$),则这种偏离越小 ($< 0.25\%$)。

在很多统计应用中,需要标准偏差的平方,即方差,一般用符号 s^2 表示,不采用特定符号。

有时,可采用变化系数 C_v ,以平均值的比例来表示可变性。变化系数 C_v 按公式(D.3)计算:

$$C_v = \frac{s}{\bar{x}} \quad \cdots \cdots \cdots (D.3)$$

注:偏差系数可用纯数,百分数或百万分率表示。

C_v 仅用于有真正零点的测量,对于零点可变的测量 C_v 无意义。

D.3 与样本方差或标准偏差有关的自由度, ν

自由度 ν 指给定限制条件下独立观测的次数。在计算标准偏差时,这个限制条件是偏差之和为零(如同平均值的偏差)。因此,第一个 $n-1$ 次的偏差可以为任意值,但最后一个偏差肯定是使偏差之和为零的数值。因此,有 $n-1$ 次独立观测,所以有 $n-1$ 次自由度。

D.4 基于样本标准偏差的样本平均值的标准不确定度, $u_{\bar{x}}$

样本平均值 \bar{x} 仅提供了全部数据平均值的一个估计值,如果换一个样本,将得到另一估计值。显然,数据的可变性越大,平均真值的不确定度就越大,使用的数值越多,平均值的估计值就越好。样本平均值不确定度的量度称为平均值的标准不确定度,按公式(D.4)计算:

$$u_{\bar{x}} = \frac{s}{\sqrt{n}} \quad \cdots \cdots \cdots (D.4)$$

公式(D.4)的出处见 Dietrich^[9]。

D.5 基于经验标准偏差的样本平均值的标准不确定度, u_z

经常有这样的情况,数据样本小,而以往的大量试验数据中有许多有关可变性的信息可供使用。在这种情况下,允许在大数据组的标准偏差 s_{pe} 的基础上取得样本平均值的标准不确定度。平均值 \bar{x} 和观测次数 n 仍为目前样本的值,但自由度 ν 与标准偏差 s_{pe} 有关。从 D.10 可以看出,这对于选取包含因子十分重要。因此, u_z 应按公式(D.5)计算:

$$u_z = \frac{s_{pe}}{\sqrt{n}} \quad \dots\dots\dots (D.5)$$

D.6 基于以往经验的单个值的标准不确定度, u_{sm}

采用根据以往数据得出的标准偏差就可以评估单次测量的不确定度;这对于不可能进行重复测量的贸易交接计量等流量测量特别重要。这时,平均值 \bar{x} 为单次测量值,观测次数 $n=1$;然而,自由度 ν 仍与标准偏差 s_{pe} 有关。因此, u_{sm} 按公式(D.6)计算:

$$u_{sm} = s_{pe} \quad \dots\dots\dots (D.6)$$

由于单次读数的标准不确定度是两次读数平均值的标准不确定度的 $\sqrt{2}$ 倍或比两次读数平均值的标准不确定度大 41%,是三次读数平均值的标准不确定度的 $\sqrt{3}$ 倍或比三次读数平均值的标准不确定度大 73%,因此,比较公式(D.7)和公式(D.6)就能很容易地看出取两个或者更多个读数的平均值的价值。如果可以,应尽量取多个读数的平均值而非单个读数。

D.7 多组数据的汇总标准偏差, s_{po}

从以往测量中获得的数据并不总是来自一次连续测量,也可以从不同时间和略有不同的试验条件下取得的多组数据中抽取。如果试验条件的差异并不影响可变性,就能以更大的自由度合成来自不同组的数据,取得汇总标准偏差。应注意被汇总的是标准偏差(或方差)而不是数据本身。合成各组数据平均值的可变性可更好地评估测量技术的可变性,而各组数据平均值之间的偏差是没有意义的。汇总标准偏差 s_{po} 按公式(D.7)计算:

$$s_{po} = \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^{m'} \nu_j s_j^2}{\sum_{j=1}^{m'} \nu_j}} \quad \dots\dots\dots (D.7)$$

式中:

s_j ——第 j 组数据的标准偏差;

ν_j ——与 s_j 有关的自由度;

m' ——被汇总的数据组数量。

因此, s_{po} 是从被汇总数据组的标准偏差 s_j^2 的加权平均值求得的,加权因子为每个数据组的自由度 ν_j 。

样本平均值的标准不确定度按公式(D.8)计算:

$$u_z = \frac{s_{po}}{\sqrt{n}} \quad \dots\dots\dots (D.8)$$

单个值的标准不确定度按公式(D.9)计算:

$$u_{sm} = s_{po} \quad \dots\dots\dots (D.9)$$

D.8 与汇总标准偏差相关的自由度, ν_{po}

与任何一个标准偏差相比, 汇总标准偏差能更好地评估整体标准偏差, 因为汇总标准偏差有更多与其相关的自由度。按公式(D. 10)将各标准偏差的相关自由度相加, 可方便地计算出合成自由度:

$$\nu_{po} = \sum_{j=1}^{m'} \nu_j \quad \dots\dots\dots (D. 10)$$

D.9 基于样本标准偏差的样本平均值的扩展不确定度, U_z

尽管平均值的标准不确定度提供了一个可能包含平均值的带宽, 但由于范围较窄, 平均值很有可能位于带宽外。在以自由度为 2 的标准偏差确定标准不确定度的情况下, 平均值位于标准不确定度所确定的带宽外的几率为 42%, 即使自由度为 100, 平均值位于带宽以外的几率仍为 32%。因此, 有必要扩展带宽, 以此提供一个较高的置信水平使得真平均值处于扩展带宽以内。通过计算带宽可给出 90%、95% 或 99% 的置信水平, 但在测量不确定度分析中, 通常选取置信水平为 95%。按公式(D. 11), 将标准不确定度乘以包含因子 k , 可以算出扩展不确定度:

$$U_z = k u_z \quad \dots\dots\dots (D. 11)$$

如果标准不确定度是以当前数据样本 $\nu = n - 1$ 的标准偏差为基础, 则包含因子的值取决于与标准不确定度相关的自由度。表 C. 1 给出了取值范围。严格来讲, 该表中的数值对应的置信水平为 95.45%, 当 $\nu \rightarrow \infty$ 时, 为使包含因子 $k = 2$, 都是优先选取 95.45% 的置信水平而不选择 95%。

D.10 基于经验标准偏差的样本平均值的扩展不确定度, U_z

当标准不确定度是从基于以往经验的标准偏差中取得时, 不管是从单组数据中取得还是汇总多组数据取得, 扩展不确定度方程同样适用。但包含因子应根据与经验标准偏差相关的自由度进行选取。

D.11 单个值的扩展不确定度, U_m

扩展不确定度方程同样适用于单个值, 包含因子也应根据与经验标准偏差相关的自由度进行选取。

D.12 各次测量的允许区间

对于给定的置信水平, 平均值的扩展不确定度可确定一个范围, 预期被测变量的真平均值就在此范围内。然而, 被测变量的单个测量值会位于一个相当宽的范围, 因此往往有必要确定一个包含给定比例数值的范围。对于一个已知的标准偏差, 正态分布所限定的范围包含给定比例的读数。但当样本有限时, 标准偏差本身就取决于不确定度, 因此就要对包含所需百分比读数的区间设置置信界限。置信界限由允许区间提供。

允许区间接公式(D. 12)确定:

$$\bar{x} \pm k_s s \quad \dots\dots\dots (D. 12)$$

式中,

- \bar{x} —— 样本平均值;
- s —— 样本标准偏差;
- k_s —— 取自表 D. 1。

应注意,表 D.1 中 k_i 的值对应于不同样本大小 n ,而不是对应于与标准偏差相关的自由度。表 D.1 中的数值以假定样本取自正态分布或高斯分布为依据确定的。

表 D.1 允许区间(k_i 值)^[2]

样本大小	置信水平					
	95%			99%		
	项目处于允许区间内的百分数			项目处于允许区间内的百分数		
	90%	95%	99%	90%	95%	99%
3	8.38	9.92	12.86	18.93	22.40	29.06
4	5.37	6.37	8.30	9.40	11.15	14.53
5	4.28	5.08	6.63	6.61	7.85	10.26
6	3.71	4.41	5.78	5.34	6.35	8.30
7	3.31	4.01	5.25	4.61	5.49	7.19
8	3.14	3.73	4.89	4.15	4.94	6.47
9	2.97	3.53	4.63	3.82	4.55	5.97
10	2.84	3.38	4.43	3.58	4.27	5.59
12	2.66	3.16	4.15	3.25	3.87	5.08
14	2.53	3.01	3.96	3.03	3.61	4.74
16	2.44	2.90	3.81	2.87	3.42	4.49
18	2.37	2.82	3.70	2.75	3.28	4.31
20	2.31	2.75	3.62	2.66	3.17	4.16
30	2.14	2.55	3.35	2.39	2.84	3.73
40	2.05	2.45	3.21	2.25	2.68	3.52
50	2.00	2.38	3.13	2.16	2.58	3.39

D.13 找出离散值

在进行一组测量时,有时会发现其中有一个数值和其他值相比显得过大或过小,这时会将其视作粗大误差剔除掉。出现离散值显然是有原因的,但往往原因不明显,使得测量人员不得不自己去判断,它究竟是一个错误值还是同一分布中的一个极值。

极值会影响一组数据的平均值和标准偏差,若在分析时剔除极值,则这些数值更加符合正态分布。但由于极值也有可能是有效数值,因此不能轻易剔除。

已有多种统计检验方法可协助分析离散值的重要性,有些检验针对单个离散值,有些则针对分布于范围同一侧或两侧的两个或多个离散值。Grubbs 检验法就是其中的一种,以整组数据的标准偏差同离散值和平均值的距离进行比较。

假定一组数据(x_1, x_2, \dots, x_n)的平均值为 \bar{x} ,标准偏差为 s ,读数 x_m 疑为离散值。Grubbs 检验法的

统计量 Z_n 按公式(D.13)计算:

$$Z_n = \frac{|x_m - \bar{x}|}{s} \dots\dots\dots (D.13)$$

将 Z_n 与表 D.2 中相应置信水平和样本数下的数值进行比对。若 Z_n 不在表中数值的范围内,则测量值 x_m 可被视为该置信水平下的离散值。

尽管 Grubbs 检验法可通过数据采集系统自动标记出离散值,但剔除数据仍需经过判断,不能光凭统计结果作出决定。

表 D.2 基于平均偏差和标准偏差的 Grubbs 离散值检验法

观察次数	置信水平	
	95%	99%
4	1.48	1.50
5	1.71	1.76
6	1.89	1.97
7	2.02	2.14
8	2.13	2.27
9	2.21	2.39
10	2.29	2.48
12	2.41	2.64
14	2.51	2.76
16	2.59	2.85
18	2.65	2.93
20	2.71	3.00
30	2.91	3.24
40	3.04	3.38
50	3.13	3.48
100	3.38	3.75

D.14 评估实例

D.14.1 平均值、方差、标准偏差、自由度和变化系数

D.14.1.1 总则

甲苯是石化厂使用的原材料,其流量用涡轮计测量。为了减小流量测量中的 A 类不确定度,每个用于控制的读数都应从五个单独的数据中得出。表 D.3 给出一组典型的数据,计算其平均值、方差、标准偏差、自由度和变化系数。

表 D.3 典型流量读数

读数编号	1	2	3	4	5
流量 L/s	122.7	123.2	122.3	122.8	123.0

D.14.1.2 平均值

平均值计算如下,单位为升每秒,以 L/s 表示:

$$\begin{aligned}\bar{x} &= \frac{1}{n} \sum_{m=1}^n x_m \\ &= (122.7 + 123.2 + 122.3 + 122.8 + 123.0) / 5 \\ &= 122.8\end{aligned}$$

D.14.1.3 方差

方差计算如下,以 (L/s)² 表示:

$$\begin{aligned}s^2 &= \frac{1}{(n-1)} \sum_{m=1}^n (x_m - \bar{x})^2 \\ &= \frac{[(122.7 - 122.8)^2 + \dots + (123.0 - 122.8)^2]}{(5-1)} \\ &= 0.1150\end{aligned}$$

D.14.1.4 标准偏差

标准偏差计算如下,以 L/s 表示:

$$\begin{aligned}s &= \sqrt{s^2} \\ &= \sqrt{0.1150} \\ &= 0.339\end{aligned}$$

D.14.1.5 自由度

自由度计算如下:

$$\begin{aligned}\nu &= n - 1 \\ &= 5 - 1 \\ &= 4\end{aligned}$$

D.14.1.6 变化系数

变化系数计算如下:

$$\begin{aligned}C_v &= \frac{s}{\bar{x}} \\ &= 0.339 / 122.8 \\ &= 0.00276\end{aligned}$$

D.14.2 采用样本标准偏差的平均值的标准不确定度和扩展不确定度

D.14.2.1 总则

使用 D.14.1 例子的数据,计算平均值的标准不确定度和置信水平为 95% 的扩展不确定度。

D. 14. 2. 2 平均值的标准不确定度

平均值的标准不确定度计算如下,以 L/s 表示:

$$\begin{aligned} u_{\bar{z}} &= \frac{s}{\sqrt{n}} \\ &= \frac{0.339}{\sqrt{5}} \\ &= 0.152 \end{aligned}$$

D. 14. 2. 3 置信水平为 95%的平均值的扩展不确定度

自由度为 4,从表 C. 1 查得包含因子 $k=2.87$,因此,扩展不确定度计算如下,以 L/s 表示:

$$\begin{aligned} U_{\bar{z}} &= k u_{\bar{z}} \\ &= 2.87 \times 0.152 \\ &= 0.436 \end{aligned}$$

D. 14. 3 单个值的标准不确定度和扩展不确定度

D. 14. 3. 1 总则

假设 D. 14. 1 例子中的流量控制是基于单个流量读数,计算标准不确定度和置信水平为 95%的扩展不确定度。

D. 14. 1 例子中的数据提供了流量变化的重要信息。从这些数据中得出的标准偏差可用于计算单个读数的不确定度。

D. 14. 3. 2 标准不确定度

标准不确定度计算如下,以 L/s 表示:

$$\begin{aligned} u_{s_m} &= s_{ex} \\ &= 0.339 \end{aligned}$$

D. 14. 3. 3 扩展不确定度

扩展不确定度的计算基于标准不确定度,由于它是从一组五个数据中得出的,与其相关的自由度为 4, k 仍等于 2.87(见表 C. 1)。因此,可以如下计算扩展不确定度:

$$\begin{aligned} U_{s_m} &= k u_{s_m} \\ &= 2.87 \times 0.339 \\ &= 0.973 \end{aligned}$$

可以看出,这些数值远大于五个读数平均值的不确定度,这也证明了采用单次测量所带来的后果。

D. 14. 4 多组数据的汇总标准偏差

D. 14. 4. 1 总则

为了更好地评定由于 A 类不确定度所引起的流量的可变性,工程师查阅过去的流量记录并且确认六组从类似流量下取得的数据。表 D. 4 所示为该六组数据,并列出了每组数据的平均值、每组数据平均值的标准偏差和与每个标准偏差相关的自由度。利用所有的这些数据计算汇总标准偏差和与其相关的自由度。

表 D.4 D.14.4 示例用流量数据

每天每组数据的流量*							
组	统计参数	天					
		1	2	3	4	5	6
1	—	120.2	123.0	124.3	127.3	118.3	122.7
2	—	120.8	122.6	124.9	126.7	118.5	123.1
3	—	121.0	122.7	124.9	127.2	118.2	123.0
4	—	121.1	122.9	125.1	126.5	118.6	122.7
5	—	120.4	122.4	124.5	—	118.8	122.2
6	—	—	—	—	—	118.3	122.4
7	—	—	—	—	—	119.1	—
—	—	—	—	—	—	—	—
—	\bar{x}^a	120.70	122.72	124.74	126.93	118.54	122.68
—	s^a	0.387	0.239	0.329	0.386	0.321	0.343
—	ν	4	4	4	3	6	5

* 流量以 L/s 表示。

D.14.4.2 汇总标准偏差

汇总标准偏差计算如下,以 L/s 表示:

$$\begin{aligned}
 s_{po} &= \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^{m'} \nu_j s_j^2}{\sum_{j=1}^{m'} \nu_j}} \\
 &= \sqrt{\frac{4 \times 0.387^2 + 4 \times 0.239^2 + \dots + 6 \times 0.321^2 + 5 \times 0.343^2}{4 + 4 + 4 + 3 + 6 + 5}} \\
 &= 0.335
 \end{aligned}$$

D.14.4.3 汇总自由度

汇总自由度计算如下:

$$\begin{aligned}
 \nu_{po} &= \sum_{j=1}^{m'} \nu_j \\
 &= 4 + 4 + 4 + 3 + 6 + 5 \\
 &= 26
 \end{aligned}$$

尽管本例汇总的以往数据对标准偏差几乎没有影响,但却大大增加了与汇总标准偏差相关的自由度。其好处如 D.14.5 的例子所示。

D.14.5 基于经验数据标准偏差的样本平均值的扩展不确定度

D.14.5.1 总则

使用 D.14.4 例子中所汇总的数据,重新计算五个读数的平均值的标准不确定度和扩展不确定度。

D.14.5.2 标准不确定度

用于计算标准不确定度的标准偏差是一个汇总值,但是用于获取平均值的样本仍为 5 个值,标准不确定度计算公式中的除数仍为 $\sqrt{5}$,因此公式变为:

$$\begin{aligned}
 u_z &= \frac{s_{pc}}{\sqrt{n}} \\
 &= \frac{s_{po}}{\sqrt{n}} \\
 &= \frac{0.335}{\sqrt{5}} \\
 &= 0.150
 \end{aligned}$$

本例中, 汇总标准偏差很接近原样本值, 汇总处理对标准不确定度没有太大影响。

D. 14.5.3 扩展不确定度

从表 C.1 选取包含因子计算扩展不确定度时, 应注意与标准不确定度相关的自由度现在与汇总标准偏差相关。因此, 自由度为 26, 选取包含因子 $k=2.11$, 不确定度计算如下, 以 L/s 表示:

$$U_{\bar{x}} = k u_{\bar{x}} = 2.11 \times 0.150 = 0.317$$

该值远小于 D.14.2 例子中仅使用原始样本数据计算得出的 0.436, 这说明通过汇总以往数据可得到更好的可变性估计值, 本例中是增大了与汇总标准偏差相关的自由度。

D. 14.6 单个值的允许区间

威士忌酒瓶标记的最小容量为 700 mL。考虑到灌装过程存在变化, 灌装厂经理必须将平均灌装容积设定为大于 700 mL, 使出现缺量瓶的概率减至最低。随机选取 10 瓶测量酒容量, 得出标准偏差为 4 mL, 则灌装厂经理应设定多大的平均注入量才能有 95% 的把握使得 99.5% 的酒瓶可满足最低要求?

由于可假设为对称分布, 那么 99.5% 瓶满足最低量要求就意味着 0.5% 低于最低量要求, 99% 位于允许区间内, 0.5% 超出区间上限。根据置信水平为 95% 且 99% 瓶位于允许区间内, 从表 D.1 选取 $k_t=4.43$ 。

因此该区间为 $\pm 4.43 \times 4 \text{ mL} = \pm 17.72 \text{ mL}$ 。

为使区间的下限为 700 mL, 平均值须设定为 717.72 mL。

灌装厂经理认识到该平均值意味着几乎每一瓶都损失威士忌, 他希望控制损失。他所能接受的平均值为 705 mL, 同时, 他想将置信水平提高到 99%, 使 99.5% 瓶都能符合最低量要求。在试图减小灌装过程中的不确定度时, 以 30 瓶为样本, 他应寻求多大的标准偏差?

对于置信水平为 99%, 让 99% 瓶位于区间内 (0.5% 低于下限), 且样本大小为 30, 表 D.1 给出 $k_t=3.73$ 。因此, 允许区间为 $\pm 5 \text{ mL}$ 时, 样本的标准偏差应减小到 5 mL 除以 3.73, 即 1.34 mL。

D. 14.7 剔除离数值

用文丘里流量计测量冷却塔的水流量。需要评定日均消耗量, 以下是 20 天内收集的数据。

表 D.5 D.14.7 示例的体积数据

天	1	2	3	4	5
体积/m ³	7.80	7.66	7.87	8.02	8.01
天	6	7	8	9	10
体积/m ³	8.80	7.18	7.81	7.99	7.69
天	11	12	13	14	15
体积/m ³	7.74	7.60	7.58	7.70	7.73
天	16	17	18	19	20
体积/m ³	7.54	7.76	7.78	7.86	7.79

按公式(D.1)和公式(D.2)计算得出平均值为 7.76 m^3 , 标准偏差为 0.202 m^3 。由于是 20 个读数的平均值, 平均值的标准不确定度计算如下, 以立方米表示:

$$u_{\bar{x}} = \frac{s}{\sqrt{n}} = \frac{0.202}{\sqrt{20}} = 0.045$$

20 个数值, 自由度为 19, 从表 C.1(用内插法)得出包含因子为 2.14, 扩展不确定度计算如下, 以立方米表示:

$$U_{\bar{x}} = ku_{\bar{x}} = 2.14 \times 0.045 = 0.096$$

然而, 第 7 天记录的数值 7.18 远小于其他数值, 用 Grubbs 检验法按离散值进行检验。

$$Z_n = \frac{|x_m - \bar{x}|}{s} = \frac{|7.18 - 7.76|}{0.202} = 2.87$$

由于 Z_n 值超过了表中(表 D.2)20 个观测值的 95% 置信水平的数值, 因此置信水平为 95% 时, 7.18 可被视为离散值。但是, Z_n 值并未超过表中置信水平为 99% 时的数值, 所以在高置信水平时不可视为离散值。检查工厂记录表明, 第 7 天的原料浓度有问题, 可能影响了冷却要求。因此, 可以将此偏低的值剔除。

剔除了离散值后, 重新计算平均值和标准偏差, 其结果分别为 7.79 m^3 和 0.153 m^3 。现有 19 个观测值, 因此平均值的标准不确定度计算如下, 以立方米表示:

$$u_{\bar{x}} = \frac{s}{\sqrt{n}} = \frac{0.153}{\sqrt{19}} = 0.035$$

由表 C.1 查得, 19 个观测值, 自由度为 18, 包含因子为 2.15, 因此置信水平为 95% 时, 平均值的扩展不确定度计算如下, 以立方米表示:

$$U_{\bar{x}} = ku_{\bar{x}} = 2.15 \times 0.035 = 0.075$$

附 录 E
(资料性附录)
测量不确定度的来源

E.1 不确定度来源的分类

测量过程中的不确定度来源可分为以下几类：

- a) 校准不确定度；
- b) 数据采集不确定度；
- c) 数据处理不确定度；
- d) 测量方法引起的不确定度；
- e) 其他。

注：虽然对不确定度进行分类常常是有用的，但对于正确分析不确定度而言，不是必需的。

E.2 校准不确定度

每台测量仪表都会引入不确定度。校准的主要目的在于将测量不确定度减小到可接受的程度。通过校准，用标准仪表较小的合成不确定度来替换被校准仪表大的不确定度，将测量仪表与标准表进行比对，就可以达到此目的。

校准也可用于提供对已知参比标准和(或)物理常数的溯源性。在一些国家，校准试验室是分等级的，其中，国家标准实验室位于最高层，它为所有标准实验室提供最终比对。每一级均可追溯到其上一级，即它的校准不确定度是上一级实验室的不确定度加上其仪器的不确定度和使用不确定度。就这样，每一级都在测量过程中增加不确定度。因此，当要查证某一级的不确定度时，就必须在恰当的层级进入校准链。因此，若要求总不确定度为0.5%，使用不确定度和仪器不确定度为0.4%，应选校准不确定度为0.3%的等级进入校准链，以此产生的合成不确定度以百分数表示为 $\sqrt{0.4^2+0.3^2}$ ，即所需的0.5%。

E.3 数据采集不确定度

数据采集系统的不确定度来自于信号调制、传感器、记录装置等。对整个系统进行校准是减小这些不确定度影响的最好方法。通过对比已知输入值和测量结果，可获得数据采集不确定度的评估值。然而，并非总是能采用这种方法。这时，必须评定不确定度的每一个分量再加以合成来预测总不确定度。

E.4 数据处理不确定度

这类不确定度主要来自于曲线拟合和计算分辨率，后者一般可忽略不计。曲线拟合可用于处理例如仪表系数等的非线性。虽然对校准数据进行回归分析获得的方程最适合这些数据，但曲线的分布表明，数据多了，得到的方程会略有不同，这与取得的数值多了，数据的平均值会改变一样。因此，正如取一组数据的平均值那样，回归方程中的每个系数都会有与其相关的不确定度。由数据拟合直线或曲线产生的不确定度，其评定方法的详细介绍分别参见 ISO/TR 7066-1^[7]和 ISO 7066-2^[8]。

由于曲线必须以多个读数为依据，因此，仪表的性能特性(例如，不重复性)都包含在曲线拟合不确定度中。此外，对校准试验进行周密的设计，可以使回差等不确定度来源也被包含在内。

E.5 测量方法引起的不确定度

测量方法引起的不确定度指源自测量过程中固有的技术或方法的附加不确定度。这些不确定度来源可显著影响最终结果的不确定度。在现代测量系统中,它们的影响比校准、数据采集和数据处理所带来的影响更为明显。常见例子如下:

- a) 计算中假定或常数的不确定度。例如,常数 π 可取 3.14 或 3.141 592 6,重力加速度 g 可取 9.81 m/s^2 ,在特定场合也可使用国际大地测量学和地球物理学联合会提供的方程进行计算。
- b) 安装仪表引起的侵入扰动影响所产生的不确定度。例如,皮托管会导致阻塞并增大被测流速。
- c) 将速度剖面上的离散点测量转换成测点平均流速时引起的空间或剖面不确定度。
- d) 环境对测量传感器影响,例如,传导、对流和辐射。在处理非常热或非常冷的流体时,热传递效应对测温探头的影响尤其重要。
- e) 测量过程中的不稳定性、不重复性和回差所引起的不确定度。
- f) 连续多次校准之间,仪表漂移所引起的不确定度。
- g) 对电子元件的电干扰。例如,磁场、电场和交流尖峰脉冲。
- h) 校准条件和使用条件之间的差异。在试验室室温条件下校准的仪表用在环境温度变化范围宽的场所或用于处理高温或低温流体的过程装置时,其不确定度会增加。上游管件配置也会对一些流量计产生显著的影响。

附录 F
(资料性附录)
相关输入变量

在列出所有不确定度来源时,如有可能,应定义这些来源,以便不同来源的不确定度彼此独立。那么就认为各输入变量及其相关不确定度互不相关。当各输入变量或这些变量的不确定度彼此不独立时,就认为它们是相关的。相关可以是正相关或负相关,可以是 100% 相关或部分相关。

使用同一仪表进行多次测量或者使用同一参比标准器校准仪表就发生相关。后一种情况是流量测量实验室常见做法,将多个流量计串联用同一参比标准器进行校准,然后在使用时并联计量较大流量。外部影响,如压力、温度、湿度等作用于测量系统中的一些仪表也形成相关。

正相关情况下,总不确定度将增加,因为,这时“不确定度分布在允许的范围内”的假设不再成立,于是采用和的平方根法取得最合理的值。而合成值必须反映这样一个事实,即各不确定度是相互关联的,对任何一种测量的作用都是相同的。例如,对管道直径和孔板节流孔进行温度修正,两者的修正量是相等的。

当用同一台仪表进行两次测量,并将两次测量的差值或比值作为最终测量结果时会产生负相关。前一种情况下,两个读数的静差为零不影响最终结果;而在后一种情况下,校准线的斜率有误将不会影响比值。由此可见,负相关能减小不确定度。

相关不确定度,尤其是部分相关不确定度的处理非常复杂;GUM(1995)的 5.2 中有详细介绍。GUM 描述的方法,其数学计算复杂,对于大部分实际应用,可采用下述较为简单的方法来评定相关要素的重要性,以此来决定是否采用复杂的 GUM 技术。

分析的最佳方法是重新确定数学关系来消除相关性。例如,前面提到,对管道和孔板节流孔进行热膨胀修正时,修正的不确定度通过温度的不确定度成为正相关,如果它们的材料相同,则修正的不确定度通过热膨胀系数也成为正相关。通过重新确定数学关系,按参比温度下的尺寸、工作温度和热膨胀系数,引入节流孔径和管径的计算方程,相关变量被当作独立变量引入分析,它们对不确定度的贡献通过第 8 章灵敏度系数分析给予充分说明。附录 G 的 G.3 示例 3 说明了孔板的计算过程。通过重新确定被测量来消除相关变量,使之成为负相关;附录 G 的 G.2 示例 2 说明了整个过程,该例子中需要用到流量比。

评定正相关不确定度的另一方法是假设全部为 100% 相关,因此[见 GUM(1995)的 5.2],合成不确定度 u_c 按公式(F.1)计算:

$$u_c = c_1 u(x_1) + c_2 u(x_2) + \dots + c_N u(x_N) \quad \dots\dots\dots (F.1)$$

或者,按公式(F.2)计算相对合成不确定度:

$$u_{rel} = c_1^* u_{rel}(x_1) + c_2^* u_{rel}(x_2) + \dots + c_N^* u_{rel}(x_N) \quad \dots\dots\dots (F.2)$$

分析法将不确定度来源分为相关来源和不相关来源,然后进行平行分析,对于相关来源,线性叠加加权因子,对于不相关来源采用和的平方根法。最后,用平方和开方法将所有相关不确定度和不相关不确定度进行相加,得出总的合成不确定度。该方法会高估只是部分相关的不确定度的影响,因此,不确定度评定遵循“宁大勿小”的原则。

在处理负相关时,应记住,100% 负相关导致该来源在分析时被剔除,从而对总不确定度没有任何影响。“宁大勿小”原则要求将部分负相关视为不相关处理,在分析时予以保留。

若无法采用重新确定数学关系的方法,应对潜在相关来源和不相关来源的影响进行比较,以确定是否值得更加详细地分析相关影响。

附录 G
(资料性附录)
示 例

G.1 示例 1:在校准装置上用临界流喷嘴测量空气质量流量

G.1.1 数学模型

质量流量按公式(G.1)计算:

$$q_{\text{ma}} = A_t C \varphi_c \sqrt{p_0 \frac{1}{RT_0}} \quad \text{..... (G.1)}$$

式中:

q_{ma} ——质量流量;

A_t ——喉部面积;

C ——流出系数;

φ_c ——临界流函数;

p_0 ——上游滞止压力;

R ——通用气体常数;

T_0 ——上游滞止绝对温度。

由于喷嘴是用空气和参比标准器校准的,该公式简化为公式(G.2):

$$q_{\text{ma}} = C_c p_0 \sqrt{\frac{1}{T_0}} \quad \text{..... (G.2)}$$

式中:

C_c ——校准系数。

G.1.2 Contributory 方差

将公式(19)代入公式(G.2),得出公式(G.3):

$$u_c^2(q_{\text{ma}}) = c_c^2 u^2(C_c) + c_{p_0}^2 u^2(p_0) + c_{T_0}^2 u^2(T_0) \quad \text{..... (G.3)}$$

公式(G.4)中的灵敏度系数可通过公式(G.2)求导数得出:

$$c_c = p_0 \sqrt{\frac{1}{T_0}}, c_{p_0} = C_c \sqrt{\frac{1}{T_0}} \text{ 和 } c_{T_0} = -1/2 C_c p_0 T_0^{-3/2} \quad \text{..... (G.4)}$$

因此,公式(G.3)可改写成公式(G.5):

$$u_c^2(q_{\text{ma}}) = \frac{p_0^2}{T_0} u^2(C_c) + \frac{C_c^2}{T_0} u^2(p_0) + \frac{C_c^2 p_0^2}{4T_0^3} u^2(T_0) \quad \text{..... (G.5)}$$

除以 q_{ma}^2 得出公式(G.6):

$$\frac{u_c^2(q_{\text{ma}})}{q_{\text{ma}}^2} = \frac{u^2(C_c)}{C_c^2} + \frac{u^2(p_0)}{p_0^2} + \frac{u^2(T_0)}{4T_0^2} \quad \text{..... (G.6)}$$

因此,各个相对灵敏度系数 c^* 如公式(G.7)所示:

$$c_{p_0}^* = 1, c_{p_0}^* = 1, \text{ 和 } c_{T_0}^* = -1/2 \quad \text{..... (G.7)}$$

G.1.2.1 校准系数中的不确定度, φ_c

校准证书给出校准系数 C_c 的扩展不确定度 $U(C_c) = 0.25\%$, 置信水平为 95% (或包含因子 $k=2$),

因此,用 $k=2$ 复原标准不确定度。校准试验是在外部的试验室进行的。校准试验中所使用的仪器由独立试验室提供,因此与喷嘴使用时所用的仪器不相关。但是,如果校准试验采用了仪表正常工作压力或温度,则必须考虑它们的相关性。

G.1.2.2 上游压力 p_0 测量的不确定度

测量上游压力的压力表,合格标准为满量程读数的 0.5%。压力表的满量程读数为 2 MPa (20 bar),而正常运行时管道压力为 1.5 MPa(15 bar)。由于不对压力表的读数进行校准修正,只要读数全部在规定极限内,那么最大不确定度为 2 MPa(20 bar)的 0.5%,即 0.010 MPa(0.1 bar)。由于对校准值在合格范围内的分布一无所知,故采取谨慎的做法,假设所有值的可能性是相等的,即矩形分布。因此,标准不确定度为 0.010 MPa 除以 $\sqrt{3}$,即 0.005 8 MPa(0.058 bar)。在使用中,仪表的读数是由一个分辨率为 1/1 024 的 10 位计算机数据采集卡完成的。采集卡的满量程被设定为压力表的满量程读数[2 MPa(20 bar)],因此采集卡的 1 位代表 2 MPa(20 bar)除以 1 024,即 0.002 MPa(0.02 bar)。因此,扩展不确定度为 0.001 MPa(0.01 bar),并且,由于数字值代表该范围内所有数值的概率相等,因此假设其为矩形分布,则标准不确定度为 0.001 MPa(0.01 bar)除以 $\sqrt{3}$,即 0.000 58 MPa(0.005 8 bar)。用求积法将其与校准不确定度相加,求出总的标准不确定度。因此,以压力单位的平方表示的 $u^2(p_0)$ 等于 $(0.005 8^2 + 0.000 58^2)$ MPa² [(0.058² + 0.005 8²) bar²], $u(p_0)$ 等于 0.005 8 MPa(0.058 bar)。工作压力为 1.5 MPa(15 bar)时,压力测量的总相对不确定度为 0.005 8/1.5 (以 MPa 表示) [0.058/15 (以 bar 表示)],即 0.39%。

$$\begin{aligned} u(p_0) &= \sqrt{(0.005 8^2 + 0.000 58^2)} = 0.005 8 \text{ MPa} \dots\dots\dots (\text{G. 8}) \\ &= \sqrt{(0.058^2 + 0.005 8^2)} = 0.058 \text{ bar} \end{aligned}$$

G.1.2.3 上游温度 T_0 测量的不确定度

上游温度用置信水平为 95%时标称不确定度为 1 K 的 J 型热电偶进行测量。该不确定度为扩展不确定度,由于置信水平定为 95%,在推导标准不确定度时,假设 $k=2$ 。因此,标准不确定度为 1 K 除以 2,即 0.5 K。温度读数的标度分格为 0.1 K,扩展不确定度为 0.05 K。它是一个矩形分布,标准不确定度为 0.05 K 除以 $\sqrt{3}$,即 0.029 K。使用热电偶测量流动气体温度及其测量流动气体平均温度的精确度都会带来附加不确定度。该热电偶按 GB/T 21188^[3] 的建议安装,因此可压缩流体影响小。当气体温度为 313 K,接近周围环境温度时,热电偶的传导效应也小。因此,假设扩展不确定度为 0.1 K,并且认定其为矩形分布,则标准不确定度为 0.1 K 除以 $\sqrt{3}$,即 0.058 K。不同来源的标准不确定度是相互独立的,可以按公式(G.9)积分求和,得出温度测量的总标准不确定度。 $u^2(T_0)$ 以开尔文平方表示, $u(T_0)$ 以开尔文表示:

$$\begin{aligned} u(T_0) &= \sqrt{(0.5^2 + 0.028^2 + 0.058^2)} \dots\dots\dots (\text{G. 9}) \\ &= 0.5 \end{aligned}$$

工作温度为 313 K 时,相对标准不确定度 $u_{rel}(T_0)$ (以开尔文表示)等于 0.5 除以 313,即 0.16%。

G.1.2.4 合成不确定度

总不确定度如表 G.1 所示。

表 G.1 不确定度预算

符号	不确定度来源	相对扩展不确定度 $U_{rel}(x_i)$	概率分布	包含因子	相对灵敏度系数 c_i^*	相对标准不确定度 $u_{rel}(x_i)$ %	对总不确定度的贡献 $[c_i u(x_i)]^2$ 10^{-4}
$u_{rel}(\varphi_c)$	校准	0.25	正态分布	2.00	1.00	0.13	0.02
$u_{rel}(p_0)$	压力	0.67	矩形分布	1.73	1.00	0.39	0.15
$u_{rel}(T_0)$	温度	0.28	矩形分布	1.73	0.50	0.16	0.01
				乘数			0.18
合成值		0.84	←	2.00	←	0.42	←

因此,合成标准不确定度 u_{crel} 为 0.42%,总的扩展不确定度 $U_{rel,95}=0.84%$ 。从表 G.1 中可看出,流量的总不确定度主要来自于测量上游压力的不确定度。通常,当一个不确定度的贡献因子 $[c_i u(x_i)]^2$ 小于最大贡献因子的 20% 时,该较小的来源可以忽略。在表 G.1 的最后一列,贡献因子用 $[c_i u(x_i)]^2$ 表示,因此,只有仅是最大贡献因子的 $(0.2)^2$ 或 4% 的贡献因子才可忽略。基于这一点,尽管温度测量的贡献因子较小,只有压力贡献因子的 7%,也不能忽略。

G.2 示例 2:对比同一台流量计测量的两个流量

G.2.1 总则

在很多工程中,感兴趣的并不是流量的真值而是对同一流量计测得的两个流量值进行对比。对比的不确定度与被测流量中的许多不确定度无关。本示例说明了对这种对比的分析。

汽车引擎散热器制造商用一台孔板流量计比较冷却液流过新设计散热器和参考散热器的流量。

G.2.2 数学模型

散热器的流量性能以流量因子 F 表示,按公式(G.10)确定:

$$F = \frac{q}{\sqrt{\Delta p_r}} \dots\dots\dots (G.10)$$

式中:

q ——冷却液的体积流量;

Δp_r ——散热器两端的压差。

在新型散热器的开发中,感兴趣的是新设计散热器的流量因子 F_{exp} 和参考散热器流量因子 F_{ref} 之比 Φ_F 。因此,被测量按公式(G.11)计算:

$$\begin{aligned} \Phi_F &= \frac{F_{exp}}{F_{ref}} \text{ 或 } \Phi_F = \frac{(q_{exp} / \sqrt{\Delta p_{r,exp}})}{(q_{ref} / \sqrt{\Delta p_{r,ref}})} \dots\dots\dots (G.11) \\ &= \frac{q_{exp} \times \sqrt{\Delta p_{r,ref}}}{q_{ref} \times \sqrt{\Delta p_{r,exp}}} \end{aligned}$$

其中,下角标“exp”和“ref”分别代表试验散热器和参考散热器。

流量 q 用孔板测量,因此, q 按公式(G.12)计算:

$$q = \left(\frac{C}{\sqrt{1-\beta^4}} \right) \left(\frac{\pi d_o^2}{4} \right) \sqrt{\frac{2\Delta p_{ms}}{\rho}} \dots\dots\dots (G.12)$$

式中:

- C —— 流出系数;
- d_o —— 节流孔直径;
- β —— d_o 与管道直径 d_p 的比值;
- ρ —— 流体密度;
- Δp_{mt} —— 孔板前后压差。

将公式(G.12)代入公式(G.11)得公式(G.13):

$$\Phi_F = \frac{\sqrt{\Delta p_{r,ref}} \times \left(\frac{C_{exp}}{\sqrt{1-\beta^4}}\right) \times \left(\frac{\pi d_o^2}{4}\right) \times \sqrt{\frac{2\Delta p_{mt,exp}}{\rho_{exp}}}}{\sqrt{\Delta p_{r,exp}} \left(\frac{C_{ref}}{\sqrt{1-\beta^4}}\right) \left(\frac{\pi d_o^2}{4}\right) \sqrt{\frac{2\Delta p_{mt,ref}}{\rho_{ref}}}} \dots\dots\dots (G.13)$$

因为孔板的尺寸为常数,可抵消包含 d_o 和 β 的项,得公式(G.14):

$$\Phi_F = \frac{\sqrt{\Delta p_{r,ref}} \times C_{exp} \times \sqrt{\rho_{ref} \Delta p_{mt,exp}}}{\sqrt{\Delta p_{r,exp}} \times C_{ref} \times \sqrt{\rho_{exp} \Delta p_{mt,ref}}} \dots\dots\dots (G.14)$$

因此,被测量 Φ_F 与流量计的尺寸及尺寸的任何不确定度都不相关。同样,任何由于取压口位置或节流孔边缘锐度变化引起的 C 的不确定度是固定的,不影响被测量 Φ_F 。 C 只取决于雷诺数,如果试验时的流量是相同的,则 C_{exp} 等于 C_{ref} ,因为 C 与雷诺数的依赖关系非常弱。因此,公式(G.14)简化为公式(G.15):

$$\Phi_F = \sqrt{\frac{\Delta p_{r,ref} \times \rho_{ref} \times \Delta p_{mt,exp}}{\Delta p_{r,exp} \times \rho_{exp} \times \Delta p_{mt,ref}}} \dots\dots\dots (G.15)$$

G.2.3 Contributory 方差

将公式(G.15)代入公式(19),得公式(G.16):

$$u_c^2(\Phi_F) = c_{\rho_{exp}}^2 \times u^2(\rho_{exp}) + c_{\Delta p_{mt,exp}}^2 \times u^2(\Delta p_{mt,exp}) + c_{\Delta p_{r,ref}}^2 \times u^2(\Delta p_{r,ref}) + c_{\Delta p_{r,exp}}^2 \times u^2(\Delta p_{r,exp}) + c_{\rho_{ref}}^2 \times u^2(\rho_{ref}) + c_{\Delta p_{mt,ref}}^2 \times u^2(\Delta p_{mt,ref}) \dots\dots\dots (G.16)$$

相对灵敏度系数可通过对公式(G.16)进行偏微分得出公式(G.17)后求得:

$$\frac{u_c^2(\Phi_F)}{\Phi_F^2} = 1/4 \frac{u^2(\rho_{exp})}{\rho_{exp}^2} + 1/4 \frac{u^2(\Delta p_{mt,exp})}{\Delta p_{mt,exp}^2} + 1/4 \frac{u^2(\Delta p_{r,ref})}{\Delta p_{r,ref}^2} + 1/4 \frac{u^2(\Delta p_{r,exp})}{\Delta p_{r,exp}^2} + 1/4 \frac{u^2(\rho_{ref})}{\rho_{ref}^2} + 1/4 \frac{u^2(\Delta p_{mt,ref})}{\Delta p_{mt,ref}^2} \dots\dots\dots (G.17)$$

然后,可按公式(G.18)确定相对灵敏度系数:

$$c_{\rho_{ref}}^* = c_{\Delta p_{mt,exp}}^* = c_{\Delta p_{r,ref}}^* = 0.5; c_{\rho_{exp}}^* = c_{\Delta p_{mt,ref}}^* = c_{\Delta p_{r,exp}}^* = -0.5 \dots\dots\dots (G.18)$$

G.2.4 密度测量的不确定度

密度取决于冷却液(水和乙二醇的混合物)的成分和温度。每次试验时,从试验装置中取样,以液体比重计四次读数的平均值作为密度评估值。在参考散热器的试验中,平均密度为 1.070 kg/m³,在新设计散热器的试验中,平均密度为 1.065 kg/m³。这些值的不确定度可从每组 4 个读数的标准偏差中获得,但根据以往大量试验汇总的实验标准偏差确定不确定度更为准确。利用以往 5 次试验,获得每组 4 个读数共 10 组数据的汇总标准偏差,其值为 1.60 kg/m³。然后按公式(G.19)计算四个读数平均值的标准不确定度,以 kg/m³ 表示:

$$u(\rho_{mt}) = s(\rho_{mt}) = 1.60 / \sqrt{4} = 0.80 \dots\dots\dots (G.19)$$

液体比重计的标称“不确定度”为 1 kg/m³,将其作为正态分布($k=2$)的扩展不确定度,得出标准不

确定度为 1 kg/m³ 除以 2, 即 0.5 kg/m³。在两次密度测量之间, 该不确定度是相关的。由于使用的是密度比, 如同 G. 2. 3 中计算出的相对灵敏度系数的符号所显示的, 这些密度是负相关。

尽管校准液体比重计的不确定度只有在密度事实上相等时才能完全抵消, 但倾向于约去。在参考散热器的试验中, 由液体比重计校准引起的密度测量的相对不确定度 $u^*(\rho_{exp})_{calib}$ 等于 0.5 kg/m³ 除以 1.070 kg/m³, 或 0.046 7%。在新设计散热器的试验中, 由液体比重计校准引起的密度测量的相对不确定度 $u^*(\rho_{exp})_{calib}$ 等于 0.5 kg/m³ 除以 1.065 kg/m³, 或 0.046 9%。将这些数值及 G. 2. 3 中计算得出的相对灵敏度系数代入公式(F. 2), 可按公式(G. 20)计算由校准造成的两个密度之间的相关性所引起的合成不确定度:

$$\begin{aligned}
 u_{rel} &= c_1^* u_{rel}(x_1) + c_2^* u_{rel}(x_2) + \dots + c_N^* u_{rel}(x_N) \\
 &= 0.5 \times 0.000\ 469 - 0.5 \times 0.000\ 467 \\
 &= 0.000\ 001 \text{ 或 } 0.000\ 1\% \dots\dots\dots (G. 20)
 \end{aligned}$$

这证实本例中的密度几乎相等, 剩余校准不确定度可以忽略。

使用液体比重计多个读数的标准偏差来获得密度, 无需考虑液体比重计读数分辨率的影响。该不确定度来源已经作为所获得数值分布的贡献因子, 再做考虑的话将导致其被重复计算。

两个密度的百分比不确定度各为 0.8%, 除以 1.070, 即 0.75%。

G. 2.5 压力计读数中的不确定度

试验装置中的所有压力用 U 形管玻璃水银压力计进行测量。由于这些压力仅用于计算压力比, 可直接使用压力计的读数, 无需转换压力单位。在每种情况中, 取四个读数, 计算平均值, 获得的数值如表 G. 2 所示。

表 G. 2 压力计读数

压力计位置	平均值 mmHg	标准偏差 mmHg
(参考散热器用)孔板两侧	264	1.7
(试验散热器用)孔板两侧	249	1.9
参考散热器两端	637	2.8
试验散热器两端	632	2.6

注: “mmHg”不是我国法定计量单位, 本例中直接引用 ISO 5168:2005(英文版)。

和密度测量一样, 不确定度可从多组读数中取得, 也可以通过汇总以往试验数据获得。此外, 还有第三种选择, 那就是汇总两组孔板读数的实验标准偏差, 取得压差范围内的标准偏差, 并以同样方法汇总较大压差的散热器读数。汇总标准偏差 s_{po} 按公式(G. 21)计算:

$$s_{po} = \sqrt{\frac{\sum s_j^2 \nu_j}{\sum \nu_j}} \dots\dots\dots (G. 21)$$

式中:

s_j ——第 j 组的标准偏差;

ν_j ——第 j 组的标准偏差的自由度值, 等于第 j 组的读数总数减 1。

因此, 孔板读数的汇总实验标准偏差 $s_{mt, po}$ 按公式(G. 22)计算, 以毫米汞柱表示:

$$s_{mt, po} = \sqrt{\frac{[(4-1) \times 1.7^2 + (4-1) \times 1.9^2]}{[(4-1) + (4-1)]}} = 1.8 \dots\dots\dots (G. 22)$$

散热器读数的汇总实验标准偏差 $s_{r, po}$ 按公式(G. 23)计算, 以毫米汞柱表示:

$$s_{r,po} = \sqrt{\frac{[(4-1) \times 2.8^2 + (4-1) \times 2.6^2]}{[(4-1) + (4-1)]}} = 2.7 \dots\dots\dots (G.23)$$

由于每组读数的平均值是用四个重复读数算出的,因此孔板读数平均值的标准不确定度为 1.8 除以 $\sqrt{4}$,即 0.9 mmHg,散热器读数平均值的标准不确定度为 2.7 除以 $\sqrt{4}$,即 1.35 mmHg。

和压力计读数一样,压力计刻度的分辨率已被采用多个读数所覆盖,不再考虑该不确定度来源可避免重复计算。压力计标尺的缺陷会带来附加不确定度,但与读数分布的标准不确定度相比,应该很小,根据 G.1.2.4 所述,可以忽略。

G.2.6 流量比 Φ_F 中的合成不确定度

被测变量 Φ_F 的合成不确定度可从表 G.3 列出的不确定度中求得。

表 G.3 流量比 Φ_F 的不确定度预算

来源	单位	数值	标准不确定度	相对标准不确定度 $U_{rel}(x_i)$ %	相对灵敏度系数 c_i^*	对总不确定度的贡献 $[c_i^* u(x_i)]^2$ 10^{-4}
密度(参考)	kg/m ³	1 070	0.8	0.074 8	0.5	0.001 4
密度(试验)	kg/m ³	1 065	0.8	0.075 1	-0.5	0.001 4
散热器的 Δp (参考)	mmHg	637	1.35	0.211 9	0.5	0.011 2
散热器的 Δp (试验)	mmHg	632	1.35	0.213 6	-0.5	0.011 4
孔板的 Δp (参考)	mmHg	264	0.9	0.340 9	-0.5	0.029 1
孔板的 Δp (试验)	mmHg	249	0.9	0.361 4	0.5	0.032 7
合成相对标准不确定度,以百分数表示			$\sqrt{\sum [c_i^* u_{rel}(x)]^2}$	0.295 2	$\sum [c_i^* u_{rel}(x)]^2$	0.087 2

表 G.3 表明,密度测量对总不确定度的贡献很小,可以忽略。而各个压差的贡献几乎相等,都应予以考虑。

为获得置信水平为 95% 的扩展不确定度,必须评定标准不确定度的自由度,按公式(C.1),Welch-Satterthwaite 公式计算。

两个密度值的不确定度是从汇总实验标准偏差中取得的,汇总实验标准偏差从 10 组数据,每组 4 个读数的样本中求得。每组的自由度为 3,因此,汇总标准偏差的自由度为 $3 \times 10 = 30$ 。

四个压差值的不确定度是从汇总标准偏差中取得的,汇总标准偏差从 2 组数据,每组 4 个读数的样本中求得。每组的自由度为 3,因此,两个汇总标准偏差的自由度各为 $3 \times 2 = 6$ 。

公式(C.1)的应用见表 G.4。

表 G.4 合成标准不确定度中有效自由度的计算

来源	自由度 ν_i	相对标准不确定度 $U_{rel}(x_i)$ %	相对灵敏度系数 c_i^*	对不确定度的贡献 $c_i^* u_{rel}(x_i)$	$\frac{[c_i^* u_{rel}(x_i)]^4}{\nu_i}$ 10^{-8}
密度(参考)	30	0.074 8	0.5	0.037 4	0.652×10^{-7}
密度(试验)	30	0.075 1	-0.5	-0.037 6	0.663×10^{-7}

表 G.4 (续)

来源	自由度 ν_x	相对标准 不确定度 $U_{rel}(x_i)$ %	相对灵敏 度系数 c_i^*	对不确定 度的贡献 $c_i^* u_{rel}(x_i)$	$\frac{[c_i^* u_{rel}(x_i)]^4}{\nu_i}$ 10^{-8}
散热器的 Δp (参考)	6	0.211 9	0.5	0.211 9	0.210×10^{-4}
散热器的 Δp (试验)	6	0.213 6	-0.5	-0.213 6	0.217×10^{-4}
孔板的 Δp (参考)	6	0.340 9	-0.5	-0.175 05	0.141×10^{-3}
孔板的 Δp (试验)	6	0.361 4	0.5	0.180 7	0.178×10^{-3}
$\sum \frac{[c_i^* u_{rel}(x_i)]^4}{\nu_i}$					0.000 361
相对合成标准不确定度					0.295 2%
合成有效自由度					21

自由度为 21,表 C.1 给出置信水平为 95% 的包含因子为 2.13,因而,流量比的扩展不确定度 U_{95} 等于 2.13 乘以 0.295%,即 0.63%。如果压力计读数的实验数据没有汇总,表 G.4 中每个压差的自由度为 3,分析该表得出的总有效自由度为 10。由此给出置信水平为 95% 的包含因子为 $k=2.28$,流量比的扩展不确定度 U_{95} 等于 2.28 乘以 0.295%,即 0.67%。

G.3 示例 3:用孔板测量流量的不确定度的计算

G.3.1 总则

孔板按 GB/T 2624.2—2006^[5] 的规定制造,其尺寸由工厂检验部门在 20 °C 下进行测量。装置采用 D 和 D/2 取压口,用于测量过程温度为 170 °C 的工业液体的流量。

GB/T 2624.1—2006 给出的实用计算方法与本标准给出的方法完全一致,例如在应用公式(3)计算关键参数之前评估二阶效应和相关性问题。然而,这里将按一种更为严密的方法来说明相关性处理等问题。这种方法超出了大多数孔板实际应用的需要。大多数实际应用适合采用 GB/T 2624.1—2006 的方法。

G.3.2 数学模型

数学模型见公式(G.24):

$$q_{ma} = \frac{C}{\sqrt{1-\beta^4}} \frac{\pi d_o^2}{4} \sqrt{2\rho\Delta p_{mt}} \dots\dots\dots (G.24)$$

C 按公式(G.25),Reader-Harris/Gallagher(1998)公式^[10]计算:

$$C = 0.5961 + 0.0261\beta^2 - 0.216\beta^8 + 0.000521 \times \left(\frac{10^6\beta}{Re_{dp}}\right)^{0.7} + \dots$$

$$\dots + (0.0188 + 0.0063F_{Re_{dp}})\beta^{3.5} \left(\frac{10^6}{Re_{dp}}\right)^{0.3} + \dots \dots\dots (G.25)$$

$$\dots + (0.043 + 0.080e^{-10L_1} - 0.123e^{-7L_1}) \cdot (1 - 0.11F_{Re_{dp}}) \cdot \left(\frac{\beta^4}{1-\beta^4}\right) - 0.031(M_2' - 0.8M_2'^{1.1})\beta^{1.3}$$

式中:

- β ——孔板直径比, $\beta = d_o/d_p$;
- d_o ——孔板节流孔直径;
- d_p ——管道直径;
- ρ ——流体密度;
- Δp_{mt} ——孔板两侧压差;
- Re_{dp} ——与 d_p 有关的雷诺数, $Re_{dp} = Vd_p\rho/\mu$;
- V ——管道内平均流速;
- μ ——流体黏度;
- L_1 ——上游取压口至上游端面距离 l_1 除以管道直径 d_p ;

注1: 由于仪表按照 GB/T 2624.2 的要求设计和安装, 因此 L_1 可等于 1, 分析时可降低它与 l_1 的依赖关系 (GB/T 2624.2—2006 中 5.3.2.1)^[2];

L'_2 ——下游取压口至下游端面距离 l'_2 除以管道直径 d_p ;

注2: 由于仪表按照 GB/T 2624.2 的要求设计和安装, 因此 L'_2 可等于 0.47, 分析时可降低它与 l'_2 的依赖关系 (GB/T 2624.2—2006 中 5.3.2.1)^[2];

$$M'_2 = 2L'_2/(1-\beta);$$

$$F_{Re_{dp}} = (19\ 000 \times \beta/Re_{dp})^{0.8}.$$

由于测量孔板和管道尺寸时的温度不同于工作条件下的温度, 应考虑孔板和管道的膨胀。所有部件都由硬铝制造, 膨胀系数 $\lambda = 27 \times 10^{-6}/^\circ\text{C}$ 。典型的线性尺寸 x 按公式(G.26)计算:

$$x = x_0 [1 + \lambda(T_{op} - T_{0,x})] \dots\dots\dots (G.26)$$

式中:

- x_0 ——温度为 $T_{0,x}$ 时的尺寸;
- T_{op} ——工作温度。

所有与长度有关的参数, 例如 β 和 M'_2 , 都可以按它们在温度为 $T_{0,x}$ 时的尺寸和膨胀系数编入模型。

例如, 公式(G.24)中的 β 用公式(G.27)的表达式替代:

$$\beta = \{d_{o,0} [1 + \lambda_{do}(T_{op} - T_{0,x,do})]\} / \{d_{p,0} [1 + \lambda_{dp}(T_{op} - T_{0,x,dp})]\} \dots\dots\dots (G.27)$$

这样, 可排除所有与温度有关的相关性, 但也使公式(G.25)变得更加复杂。

G.3.3 Contributory 方差

从公式(G.24)和公式(G.25)中可清楚地看出, 被测流量取决于多次测量, 形式相当复杂。基本测量分为两类: 流量计基本几何尺寸的测量和工作条件的测量。对于孔板的所有测量而言, 第一类测量的不确定度是固定的, 而第二类测量的不确定度各不相同。

q_{ma} 和输入变量的函数关系对于分析法来说过于复杂, 计算灵敏度系数是唯一实用的数学方法。尽管如此, 公式(19)可以以公式(G.28)的形式加以应用:

$$u_c^2(q_{ma}) = c_1^2 u^2(1) + c_2^2 u^2(2) + \dots\dots\dots + c_n^2 u^2(n) \dots\dots\dots (G.28)$$

式中:

- c_i ——输入变量 i 的灵敏度系数;
 - $u(i)$ ——输入变量 i 的不确定度。
- n 个输入变量及其公称值如下所示:
- $d_{o,0}$ 60 mm;
 - $d_{p,0}$ 100 mm;
 - $T_{0,x}$ 20 $^\circ\text{C}$;
 - T_{op} (实际工作温度);

- $T_{op, nominal}$ 170 °C;
- Δp 5 500 Pa;
- λ $27 \times 10^{-6} / ^\circ\text{C}$;
- ρ $937.5 \times [1 - 0.006 0 \times (T_{op} - T_{op, nominal})] \text{ kg/m}^3$;
- μ $604.0 \times [1 - 0.014 1 \times (T_{op} - T_{op, nominal})] \times 10^{-6} \text{ Pa} \cdot \text{s}$ 。

可以看出,有几个变量(d_o 、 d_p 、 ρ 、 μ)与温度有关,这些值的不确定度来自于确定过程温度的不确定度,它们都是相关的。这就使得总不确定度的计算变得十分复杂,但这可以通过对每个温度相关性进行编码,制成灵敏度计算数据表,予以简化。这样,就能将雷诺数等的变化所造成的温度对系数 C 的二阶效应考虑在内。

Reader-Harris/Gallagher(1998)公式适用于已有数据,易于受某些不确定度的影响;因而需要基本 C 值的灵敏度系数。

表 G.5 列出了灵敏度分析结果。

表 G.5 灵敏度系数的计算

参数	增量	参 数											
		$d_{p,o}$ m	$d_{o,o}$ m	$T_{o,x}$ °C	T_{op} °C	ρ kg/m ³	Δp Pa	$\lambda \times 10^6$ /°C	$\mu \times 10^5$ Pa·s	C —	q_{ma} kg/s	c	c^*
		增量											
		0.100 0	0.060 0	20.0	170.0	937.5	5 500	27.0	604.0	0.600	5.994 0	—	—
$d_{p,o}$	0.000 1	0.100 1	0.060 0	20.0	170.0	937.5	5 500	27.0	604.0	0.600	5.992 0	-20.59	-0.344
$d_{o,o}$	0.000 1	0.100 0	0.060 1	20.0	170.0	937.5	5 500	27.0	604.0	0.600	6.017 6	235.3	2.352
$T_{o,x}$	0.2	0.100 0	0.060 0	20.2	170.0	937.5	5 500	27.0	604.0	0.600	5.994 0	0.000 3*	-0.001*
T_{op}	0.2	0.100 0	0.060 0	20.0	170.2	937.5	5 500	27.0	604.0	0.600	5.990 4	-0.0181	-0.514
ρ	1	0.100 0	0.060 0	20.0	170.0	938.5	5 500	27.0	604.0	0.600	5.997 2	0.003 2	0.500
Δp	5	0.100 0	0.060 0	20.0	170.0	937.5	5 505	27.0	604.0	0.600	5.996 8	0.000 5	0.500
λ	1	0.100 0	0.060 0	20.0	170.0	937.5	5 500	28.0	604.0	0.600	5.995 8	1 795.6	0.008
μ	1	0.100 0	0.060 0	20.0	170.0	937.5	5 500	27.0	605.0	0.600	5.994 1	49.98	0.005
C	0.001	0.100 0	0.060 0	20.0	170.0	937.5	5 500	27.0	604.0	0.601	6.004 0	9.990	1.000

* 此行中,由 q_{ma} 变化所引起的 c 和 c^* 值很小,因此不能反应在表格中。

G.3.4 管道直径 $d_{p,o}$ 测量的不确定度

用内径千分尺测量管道 4 个直径,将 4 个测量值的平均值作为 d_p 值。千分尺校准的扩展不确定度 ($k=2$) 为 0.01 mm,标准不确定度为 0.005 mm。千分尺的分辨率为 0.01 mm,可视为所有数值概率相等的矩形分布 ($k=\sqrt{3}=1.73$);因此,标准不确定度为 0.01 mm 除以 2 再除以 $\sqrt{3}$,即 0.002 9 mm。千分尺的使用带来另一个不确定度,估计是一个范围为 0.04 mm 的矩形分布 ($k=1.73$),得出标准不确定度为 0.011 5 mm。由于连续读数的不确定度是不相关的,因此使用 4 个测量值的平均值将减小千分尺的分辨率和使用所带来的不确定度。但是,求平均值对校准引起的不确定度没有影响,校准不确定度与所有读数相关,对所有读数的影响是相等的。因此,在与校准不确定度积分求和之前,对分辨率和使用的不确定度进行积分求和,再除以 $\sqrt{n}=\sqrt{4}=2$ 。

所以,单个读数的合成标准不相关不确定度(以毫米表示)由公式(G.29)给出:

$$u(d_{p,o})_{sm} = \sqrt{(0.0029^2 + 0.0115^2)} = 0.0119 \dots\dots\dots (G.29)$$

4个测量值的平均值的合成标准不相关不确定度为0.0119除以n的平方根,n=4,即0.0059 mm。

直径测量的总合成标准不确定度(以毫米表示),由公式(G.30)给出:

$$u(d_{p,o}) = \sqrt{(0.0059^2 + 0.005^2)} = 0.0078 \dots\dots\dots (G.30)$$

扩展不确定度(k=2)为0.0155 mm。公称值 $d_p=100$ mm,则相对不确定度为0.016%。

G.3.5 节流孔直径 $d_{0.0}$ 测量的不确定度

孔板的节流孔直径用小尺寸千分尺按相同步骤进行测量。分析过程与 d_p 的分析相同,得出的扩展不确定度(k=2)为0.0155 mm。公称值 $d_o=60$ mm,则相对不确定度为0.026%。

G.3.6 温度 $T_{0.1}$ 的不确定度

工厂检验部门将温度保持在 $20\text{ }^\circ\text{C} \pm 2\text{ }^\circ\text{C}$ 。将其看作矩形分布,得出标准不确定度为 $2\text{ }^\circ\text{C}$ 除以 $\sqrt{3}$,即 $1.15\text{ }^\circ\text{C}$ 。灵敏度系数为0.001的情况下,无需对温度计的校准等做进一步分析。

G.3.7 流体温度 T_{op} 的不确定度

流体温度用铂电阻温度计进行测量,其额定校准不确定度为 $0.2\text{ }^\circ\text{C}$ (k=2),标准不确定度为 $0.1\text{ }^\circ\text{C}$ 。显示装置的分格值为 $0.2\text{ }^\circ\text{C}$,标准不确定度为 $0.058\text{ }^\circ\text{C}$ 。根据温度计是安装在一个状态良好的套管内,但套管对流体的热传导性低,影响温度计的使用不确定度,假设不确定度为 $1\text{ }^\circ\text{C}$ 。将其看作矩形分布,标准不确定度为 $0.58\text{ }^\circ\text{C}$ 。流量根据单次温度测量结果进行计算,则温度的合成不确定度(以摄氏度表示)按公式(G.31)计算:

$$u(T_{op}) = \sqrt{(0.1^2 + 0.058^2 + 0.58^2)^2} = 0.59 \dots\dots\dots (G.31)$$

由此得出扩展不确定度为 $1.18\text{ }^\circ\text{C}$ (k=2)。

G.3.8 密度 ρ 的不确定度

在表示流体密度与温度关系的方程中代入数据,扩展不确定度为2% (k=2),因而标准不确定度为1%,即 9.4 kg/m^3 。流体温度测量的不确定度所引起的使用不确定度已经在 T_{op} 不确定度影响的分析中予以考虑,无需再作考虑。

G.3.9 压差 Δp 的不确定度

使用校准不确定度为0.5% (k=2)的差压变送器测量孔板上、下游的压差,标准不确定度为0.25%,即13.75 Pa。显示器的分辨率为10 Pa,标准不确定度为2.9 Pa。考虑到工作环境等因素,假设读数的使用不确定度为1%,并视其为矩形分布,则标准不确定度(以百分数表示)为1除以 $\sqrt{3}$,或读数的0.58%,即31.75 Pa。由于流量是从单次压差读数求出的,压差的合成不确定度(以帕斯卡表示)按公式(G.32)计算:

$$u(\Delta p) = \sqrt{(13.75^2 + 2.9^2 + 31.75^2)^2} = 35 \dots\dots\dots (G.32)$$

因此,扩展不确定度(k=2)为70 Pa,即1.27%。

G.3.10 热膨胀系数 λ 的不确定度

热膨胀系数的引用不确定度为5%,并假设此范围内所有值出现的概率是相等的,得出标准不确定

度为 2.89%，即 $7.8 \times 10^{-7} / ^\circ\text{C}$ 。

G. 3. 11 流体黏度 μ 的不确定度

在表示流体黏度与温度关系的方程中代入数据，扩展不确定度为 3% ($k=2$)，因而标准不确定度为 1.5%，即 $9.1 \times 10^{-6} \text{ Pa} \cdot \text{s}$ 。流体温度测量的不确定度所引起的使用不确定度已在 T_{op} 不确定度影响的分析(G. 3. 7)中予以考虑，无需再作考虑。

G. 3. 12 Reader-Harris/Gallagher(1998)方程中的不确定度

在 Reader-Harris/Gallagher 方程(1998)中代入数据，扩展不确定度为 0.5% ($k=2$)，标准不确定度为 0.25%。流出系数的公称值为 0.6，绝对标准不确定度为 0.001 5。

G. 3. 13 流量的合成不确定度

尽管表 G. 5 已经计算出相对灵敏度系数，因为温度输入的零点是可变的，所以不适合使用相对值。因此，总合成不确定度按表 G. 6 确定的绝对项进行计算。

表 G. 6 孔板不确定度预算

不确定度来源	单位	公称值	标准不确定度 $u(x_i)$	灵敏度系数 c_i	对总不确定度的贡献 $[c_i u(x_i)]^2$
管道直径, d_p	m	0.1	0.000 008	-20.59	27.1×10^{-9}
节流孔径, d_o	m	0.06	0.000 008	235.3	3.54×10^{-6}
检验温度, $T_{o,s}$	$^\circ\text{C}$	20	1.15	-0.000 3	0.119×10^{-6}
流体温度, T_{op}	$^\circ\text{C}$	170	0.59	-0.018 1	0.000 114
流体密度, ρ	kg/m^3	937.5	9.4	0.003 2	0.000 905
压差, Δp	Pa	5 500	35	0.000 5	0.000 306
热膨胀系数, λ	$1/^\circ\text{C}$	27×10^{-6}	0.78×10^{-6}	1 795.6	1.96×10^{-6}
流体黏度, μ	$\text{Pa} \cdot \text{s}$	604×10^{-6}	9.1×10^{-6}	49.98	0.207×10^{-6}
流出系数, C	—	0.6	0.001 5	9.990	0.000 225
—	—	$u(q_{ma})$	0.039 4	$\sum [c_i u(x_i)]^2$	0.001 55

因此，流量 $u(q_{ma})$ 的标准不确定度为 0.039 4 kg/s，扩展不确定度 ($k=2$) $U_{95}(q_{ma})$ 为 0.078 9 kg/s。流量的最佳期望值为 5.994 kg/s，相对扩展不确定度为 1.31%。从表 G. 6 可以看出，流量不确定度的主要贡献因子仅限于：流体温度、流体密度、压差和 Reader-Harris/Gallagher(1998)公式的基本相关性。

G. 4 示例 4——用流速计按速度面积法测量流量的不确定度计算

G. 4. 1 数学模型

这种测量方法被称为流速计测量法，把流道横截面分成 m^n 个垂直面，测量与每个垂直面 i 相关的宽度、深度和平均流速。每个垂直面的平均流速 V_i 是根据垂直面多个深度上测量的点速度计算出的。流量按公式(G. 33)计算：

$$Q = F_o \sum b_i d_i V_i \dots\dots\dots (G. 33)$$

式中:

Q ——流量, m^3/s ;

F_s ——有限个垂直面的离散和与横截面上连续函数的积分之间关系的因子, 假定为 1;

b_i ——与垂直面 i 有关的宽度;

d_i ——与垂直面 i 有关的深度;

V_i ——与垂直面 i 有关的平均流速。

G.4.2 Contributory 方差

测量的相对合成标准不确定度按公式(G.34)^[4]计算:

$$u_{rel}(Q)^2 = u_{rel,m}^2 + u_{rel,cal}^2 + \sum_{i=1}^{m'} [(b_i d_i V_i)^2 (u_{rel,bi}^2 + u_{rel,di}^2 + u_{rel,Vi}^2)] / \left[\sum_{i=1}^{m'} (b_i d_i V_i) \right]^2 \dots\dots\dots (G.34)$$

式中:

- $u_{rel}(Q)$ ——流量测量的相对合成标准不确定度;
- $u_{rel,bi}, u_{rel,di}, u_{rel,Vi}$ ——在垂直面 i 测量的宽度、深度和平均速度的相对标准不确定度;
- $u_{rel,cal}$ ——流速计、宽度测量仪和回声测深仪的校准误差所引起的相对不确定度, 等于 $\sqrt{u_{rel,cm}^2 + u_{rel,bm}^2 + u_{rel,dm}^2}$ 。此表达式的估计实际值可取 1%;
- $u_{rel,cm}$ ——流速计校准的相对不确定度;
- $u_{rel,bm}$ ——宽度测量仪校准的相对不确定度;
- $u_{rel,dm}$ ——回声测深仪校准的相对不确定度;
- $u_{rel,m}$ ——垂直面数量有限所引起的相对不确定度;
- m' ——垂直面的数量。

垂直面 i 处的平均流速 V_i 是垂直面多个深度的流速测量值的平均值。 V_i 的不确定度按公式(G.35)计算:

$$u_{rel}(V_i)^2 = u_{rel,pi}^2 + (1/n'') (u_{rel,cri}^2 + u_{rel,e_i}^2) \dots\dots\dots (G.35)$$

式中:

- $u_{rel,pi}$ ——由于垂直面 i 处测量流速的深度点数量有限所引起的平均流速 V_i 的相对不确定度;
- n'' ——垂直面上测量流速的深度点的数量;
- $u_{rel,cri}$ ——流速计响应性变化所引起的垂直面 i 特定深度处的流速的相对不确定度;
- u_{rel,e_i} ——流体流速波动(脉动)所引起的垂直面 i 特定深度处的流速的相对不确定度。

将公式(G.34)和公式(G.35)合成得出公式(G.36):

$$u_{rel}(Q)^2 = u_{rel,m}^2 + u_{rel,cal}^2 + \sum_{i=1}^{m'} \left\{ (b_i d_i V_i)^2 \left[u_{rel,bi}^2 + u_{rel,di}^2 + u_{rel,pi}^2 + \left(\frac{1}{n''} \right) (u_{rel,cri}^2 + u_{rel,e_i}^2) \right] \right\} / \left[\sum_{i=1}^{m'} (b_i d_i V_i) \right]^2 \dots\dots\dots (G.36)$$

如果测量垂直面的选取, 使各节段的流速 $(b_i d_i V_i)$ 近似相等, 并且如果各个垂直面的分量不确定度彼此相等, 则公式(G.36)可简化为公式(G.37):

$$u_{rel}(Q) = \left\{ u_{rel,m}^2 + u_{rel,cal}^2 + \left(\frac{1}{m'} \right) \left[u_{rel,b}^2 + u_{rel,d}^2 + u_{rel,p}^2 + \left(\frac{1}{n''} \right) (u_{rel,cr}^2 + u_{rel,e}^2) \right] \right\}^{1/2} \dots\dots\dots (G.37)$$

计算流速计测量的不确定度应符合下列要求:

- 测量中所使用的垂直面数量: 20;
- 垂直面上测量点的数量(0.2 和 0.8): 2。

各分量不确定度(以百分数表示)可从 ISO 748:1997^[4]的表 E.1~表 E.6 中取得,如下所示:

- u_{m^*} 2.5%(表 E.6);
- u_{cal} 1.0%(见前述);
- u_b 0.5%(表 E.1);
- u_d 0.5%(表 E.2);
- u_p 3.5%(表 E.4);
- u_{cr} 1.0%(表 E.5);
- u_e 2.5%(深度为 0.2)(表 E.3);
- u_s 2.5%(深度为 0.8)(表 E.3)。

注: ISO 748 中置信水平为 95%的分量不确定度值,已经减半并且以一个标准偏差表示。

ISO 748:1997 的附录 E 引用的分量不确定度是以以往的测量和校准数据为基础的,因此,整个不确定度计算变为 B 类不确定度评定。

G.4.3 合成不确定度

合成不确定度可按公式(G.37)计算,得出公式(G.38):

$$u_{rel}(Q) = \left\{ u_{rel,m^*}^2 + u_{rel,cal}^2 + \left(\frac{1}{m}\right)^2 \left[u_{rel,b}^2 + u_{rel,d}^2 + u_{rel,p}^2 + \left(\frac{1}{n}\right)^2 (u_{rel,cr}^2 + u_{rel,e}^2) \right] \right\}^{1/2}$$

$$= \{ 2.5^2 + 1.0^2 + (1/20)^2 [0.5^2 + 0.5^2 + 3.5^2 + (1/2)^2 (1.0^2 + 2.5^2)] \}^{1/2} \%$$

$$= 2.84\% \dots\dots\dots (G.38)$$

置信水平为 95%的扩展不确定度 U_{95} ,按公式(G.39)计算,包含因子 $k=2$:

$$U_{rel,95}(Q) = k u_{rel}(Q) \dots\dots\dots (G.39)$$

$$= 2 \times 2.84\%$$

$$= 5.68\%$$

因此, $U_{rel,95}(Q) \approx 6\%$ 。

如果被测流量的最佳估计值 $\{Q\}$ 以 m^3/s 表示,那么测量结果表示如下:

$$Q = \{Q\} m^3/s \pm 0.06 \{Q\} m^3/s \text{ (扩展不确定度,包含因子 } k=2, \text{置信水平接近 } 95\%) \text{。}$$

G.5 示例 5——使用堰和测流槽测量流量的不确定度计算

G.5.1 数学模型

流体流过堰或测流槽的流量按公式(G.40)计算:

$$Q = C \times l_b \times l_h^{n'} \dots\dots\dots (G.40)$$

式中:

- C——流出系数;
- l_b ——堰顶的宽度;
- l_h ——测出的水头;
- n' —— l_h 的指数,通常矩形堰为 1.5,V 型槽为 2.5。

关于不同形式的堰和测流槽,ISO 系列标准有详细论述。

G.5.2 Contributory 方差

将公式(G.40)代入公式(19),得出单次流量测量的合成相对(百分数)标准不确定度,对公式(G.40)进行偏微分,得出灵敏度系数,形成公式(G.41):

$$u_{rel}(Q) = (u_{rel,d}^2 + u_{rel,l_b}^2 + n'^2 u_{rel,l_h}^2 + u_{rel,cal}^2)^{1/2} \dots\dots\dots (G.41)$$

式中:

- $u_{rel}(Q)$ ——流量的合成相对标准不确定度;
- $u_{rel,d}$ ——流出系数的相对标准不确定度;
- $u_{rel,lb}$ ——堰顶宽度测量的相对标准不确定度;
- $u_{rel,lh}$ ——水头测量的相对标准不确定度;
- $u_{rel,cal}$ ——各种来源的仪表校准不确定度,以前称为系数误差或系统偏差。

假定指数 n' 与不确定度无关。

用户可通过反复观察堰顶宽度与水头进行不确定度 A 类评定。另外,ISO 的堰和测流槽标准给出了流出系数不确定度以及堰顶宽度和水头测量不确定度的推荐值(B类评定)。不确定度值宜包含仪表校准误差的允许量,在公式(G. 41)中用 $u_{rel,cal}$ 表示。这些值在每次观察中保持为常量,并且重复观察取平均值不能使其减小。

使用薄板堰测量流出流量,其相对标准不确定度的典型值如下(ISO 1438-1^[5]):

- $u_{rel,d}$ 1.0%;
- $u_{rel,lb}$ 0.05%;
- $u_{rel,lh}$ 0.5%;
- $u_{rel,cal}$ 0.5%。

由于 ISO 1438-1 中各分量不确定度是基于以往测量数据和校准数据,因此整个不确定度计算为 B 类不确定度评定。

因此,合成相对标准不确定度 $u_{rel}(Q)$ 按公式(G. 41)计算,以百分数表示:

$$u_{rel}(Q) = [1.0^2 + 0.05^2 + (1.5^2 \times 0.5^2) + 0.5^2]^{1/2} \% = 1.35\%$$

包含因子 $k=2$,置信水平接近 95% 的扩展不确定度按公式(G. 42)计算:

$$U_{rel,95}(Q) = ku_{rel}(Q) \dots\dots\dots (G. 42) \\ = 2 \times 1.35\% \\ = 2.70\%$$

如果被测流量 Q 的最佳估计值以 m^3/s 表示,则测量结果表示如下:

$\{Q\} m^3/s \pm 0.027\{Q\} m^3/s$ (扩展不确定度,包含因子 $k=2$,置信水平接近 95%)。

附录 H
(资料性附录)
在标准装置上校准流量计

H.1 总则

本附录描述了在已知不确定度的标准装置上校准流量计的不确定度评定方法。它也包括对被校准流量计的单个测量值进行不确定度 A 类评定。

H.2 标准装置的不确定度

在标准装置上校准流量计时,校准之前,应先确定标准装置的溯源性和合成不确定度。当流量计在校准时每个流量只取一个读数时,还应评估标准装置的重复性。标准装置的合成不确定度 U_{CMC} (“校准和测量能力”或“标准装置不确定度”)从影响标准装置的所有不确定度来源中导出,采用的计算方法,应使其能代表流过被校准流量计的流体总量的不确定度。因此,不确定度包括以下组成部分:

- a) 所使用的参比装置(标准容器、钟罩式标准装置或秤等)的不确定度;
- b) 参比装置内和被校准流量计周围的温度/压力测量的不确定度,包括用于修正膨胀性和可压缩性的方程的不确定度;
- c) 采用“静止启停法”时,转换点的不确定度;
- d) 换向器的不确定度(用于“快速启停法”);
- e) 采用称重法时,浮力的不确定度。
- f) U_{CMC} 也应反映校准时工作温度和压力的变化,以及推导被校准流量计仪表误差或 K 系数的计算程序所引起的不确定度。
- g) 在大多数情况下, U_{CMC} 用分数或百分数表示,通常置信水平至少为 95%。

H.3 标准装置的使用**H.3.1 总则**

在使用标准装置校准流量计之前,应清楚校准所要达到的目的,这样才能在校准证书上对所考虑的不确定度进行适当的描述。

- a) 如果每一次测量的不确定度都要加以说明,那么校准结果中应说明单次测量的合成不确定度 (U_{CS});在按验收条件评定流量计时,也进行说明 U_{CS} 。
- b) 如果关注的是流量计在规定时间内稳定性,应引用平均值的合成不确定度 (U_{CM})。
- c) 如果该流量计将作为参比表校准其他流量计(标准表法),应再次引用合成不确定度 (U_{CM})。
- d) 如果关注的是流量计的重复性,则关注的不确定度是单次测量的 A 类不确定度 (U_{AS})。

H.3.2 以多个不同流量,每个流量测量 n 次的校准

H.3.2.1 每个流量下,仪表误差的平均值按公式(H.1)计算:

$$\bar{E} = \sum_{j=1}^n E_j / n \quad \dots\dots\dots (H.1)$$

式中:

\bar{E} ——仪表误差的平均值,以百分数表示;

E_j ——第 j 次测量的仪表误差,以百分数表示;

n ——该流量下的测量次数。

平均 K 系数按公式(H. 2)计算:

$$\bar{K} = \sum_{j=1}^n K_j / n \quad \dots\dots\dots (H. 2)$$

\bar{K} —— K 系数的平均值;

K_j ——第 j 次测量的 K 系数;

n ——该流量下的测量次数。

H. 3. 2. 2 计算每个流量下,仪表误差或 K 系数的置信水平为 95% 的总不确定度。

为了说明绝对不确定度和相对不确定度两种计算过程,公式(H. 3)给出了仪表误差(绝对)的计算方法,公式(H. 4)给出了 K 系数(相对)的计算方法:

$$U_{AS-overall-E} = k \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^n (E_j - \bar{E})^2}{(n-1)}} \quad \dots\dots\dots (H. 3)$$

式中:

$U_{AS-overall-E}$ ——仪表误差的 A 类不确定度;

\bar{E} ——仪表误差的平均值,以百分数表示;

E_j ——第 j 次的仪表误差,以百分数表示;

n ——该流量下的测量次数;

k ——包含因子。

$$U_{rel,AS-overall-K} = \frac{k}{\bar{K}} \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^n (K_j - \bar{K})^2}{(n-1)}} \quad \dots\dots\dots (H. 4)$$

式中:

$U_{rel,AS-overall-K}$ —— K 系数的 A 类不确定度;

\bar{K} —— K 系数的平均值;

K_j ——第 j 次测量的 K 系数;

n ——该流量下的测量次数;

k ——包含因子。

如果校准的目的是评定流量计的重复性,结果可以是 U_{AS-E} 或 U_{AS-K} 。

H. 3. 2. 3 分别按公式(H. 5)或公式(H. 6)计算每一流量下仪表误差平均值(绝对)或 K 系数平均值(相对)的 A 类不确定度:

$$U_{AM-E} = \frac{U_{AS-overall-E}}{\sqrt{n}} \quad \dots\dots\dots (H. 5)$$

$$U_{rel,AM-K} = \frac{U_{rel,AS-overall-K}}{\sqrt{n}} \quad \dots\dots\dots (H. 6)$$

H. 3. 2. 4 按公式(H. 7)(绝对)或公式(H. 8)(相对)计算每一流量下单次测量的合成不确定度:

$$U_{CS-E} = \sqrt{U_{AS-overall-E}^2 + U_{CMC}^2} \quad \dots\dots\dots (H. 7)$$

$$U_{rel,CS-K} = \sqrt{\left(\frac{U_{AS-overall-K}}{\bar{K}}\right)^2 + U_{rel,CMC}^2} = \sqrt{U_{rel,AS-overall-K}^2 + U_{rel,CMC}^2} \quad \dots\dots\dots (H. 8)$$

H. 3. 2. 5 按公式(H. 9)(绝对)或公式(H. 10)(相对)计算每一流量下平均值的合成不确定度:

$$U_{\text{CM-E}} = \sqrt{U_{\text{AM-E}}^2 + U_{\text{CMC}}^2} \quad \dots\dots\dots (\text{H.9})$$

$$U_{\text{rel,CM-K}} = \sqrt{\left(\frac{U_{\text{AM-K}}}{K}\right)^2 + U_{\text{rel,CMC}}^2} = \sqrt{U_{\text{rel,AM-K}}^2 + U_{\text{rel,CMC}}^2} \quad \dots\dots\dots (\text{H.10})$$

不同的流量算出的不确定度可能是不同的,因此,校准证书上应说明每一个流量下的值。可是,如果只需要单一不确定度,校准证书应说明所获得的最大值。

附录 I

(资料性附录)

“随机”和“系统”不确定度来源对不确定度的贡献与 A 类和 B 类不确定度的关系

与 ISO/TR 5168:1998^[6]相比,本标准在“随机”和“系统”不确定度分量的概念和术语方面有了重大改变,两者不再是优选分类。主要原因有以下两点:

- a) 与 GUM(ISO 指南 测量不确定度表示方法)一致,因随机或系统原因产生的不确定度分量,评估后的处理方法相同;
- b) 这些术语在使用时可能产生歧义或混淆。

下面两段摘自 GUM(1995)中附录 E 的 3.6 和 3.7:

“一个不确定度分量既不是随机的也不是系统的”。其性质取决于对相应量的使用,更确切地说,取决于描述测量的数学模型中出现相应量的背景。因此,当相应的量用在不同的情况下时,“随机”分量可能会变成“系统”分量,反之亦然。

基于上述原因,Recommendation INC-1(1980)^[11]未将不确定度分量分成“随机分量”或“系统分量”。事实上,就测量结果合成标准不确定度的计算而言,并非确实需要任何分类方案。但是,由于合适的描述词有时会有助于观点的交流和讨论,因此,Recommendation INC-1(1980)的确提出了一个方案,将两种截然不同的“方法”分类,不确定度分量可分“A 类”和“B 类”进行评定。

对一个随机变量进行一系列测量时,可根据测量值的平均值评定其值,并可根据测量值的分布评定随机影响造成的不确定度(见第 6 章)。在这种情况下,“随机”与“A 类”相对应。

然而,在某些情况下,随机影响造成的不确定度分量采用“B 类”方法评定,相反,系统影响造成的不确定度分量采用了“A 类”评定法,例如,中间测量仪表的校准误差。

采用 B 类评定法评定随机不确定度的例子有:仪表只用三位数字显示测量值,并且只测量一次。因受输出分辨率的限制,会引入随机误差。被测量的真值处于 $\pm 0.5 \times$ (最后一位有效数字的值)范围内的概率相等,在该范围内,数据分布为矩形分布(见 7.3)。

采用 A 类评定法评定系统不确定度的例子有:当测量仪器按某些标准进行校准时,通常在校准过程中要读取一系列读数。由随机影响引起的、与校准有关的随机不确定度分量将使用统计法进行评定(A 类评定)。当使用经过校准的测量仪表测量流量或总量时,对流量测量过程中的不确定度的评定包含了校准的不确定度,其中一部分由随机影响引起,将采用 A 类评定法进行评定。然而,在进行流量测量不确定度评定时,校准误差将以系统误差的形式影响流量测量误差。校准过程中的随机误差的影响将“固化”成系统误差影响。

应采用何种方法来评定各种流量测量不确定度分量,通常是显而易见的,它与术语无关。

附录 J (资料性附录)

两台或多台流量计并联使用的特殊情况

当两台或多台流量计并联使用时,总的流量值是各台流量计的流量值之和。在这种情况下,总流量的不确定度按本附录所述方法进行评定。

将不确定度来源分为:

- 对每台流量计的影响相同,因此,流量计之间是彼此相关的;
- 对每台流量计的影响不同,因此,流量计之间是互不相关的。

然后将每个列表中的不确定度进行合成,以此得出流量计之间相关来源的合成不确定度 $u_{c,corr}(y)$ [见公式(J.1)],和不相关来源的合成不确定度 $u_{c,uncorr}(y)$ [见公式(J.2)]。每台流量计对不确定度的贡献取决于流过该流量计的流量,并且,按绝对不确定度加以考虑将显著简化分析过程。因此,

$$u_{c,corr}(y) = c_1 u(x_{1,corr}) + c_2 u(x_{2,corr}) + \dots + c_N u(x_{N,corr}) = \sum_{i=1}^N [c_i u(x_{i,corr})] \quad \dots\dots (J.1)$$

公式(J.1)假设 100% 相关。

$$\begin{aligned} u_{c,uncorr}(y) &= \{ [c_1 u(x_{1,uncorr})]^2 + [c_2 u(x_{2,uncorr})]^2 + \dots + [c_N u(x_{N,uncorr})]^2 \}^{1/2} \quad \dots\dots (J.2) \\ &= \left\{ \sum_{i=1}^N [c_i u(x_{i,uncorr})]^2 \right\}^{1/2} \end{aligned}$$

如果某一列表中的分量为自相关,则合成的方法应按 C.6。合成各合成不确定度,得出总流量的总合成不确定度。

总流量 Q 由下式给出:

$$Q = q_1 + q_2 + \dots + q_N$$

公式(J.1)和公式(J.2)中的灵敏度系数 c_i 都等于 1。

$$u_c(Q) = [(u_{c,corr})^2 + (u_{c,uncorr})^2]^{1/2} = \left\{ \left[\sum_{i=1}^N u(x_{i,corr}) \right]^2 + \sum [u(x_{i,uncorr})]^2 \right\}^{1/2} \quad \dots (J.3)$$

在特殊情况下,若绝对不确定度 u_i 都相等,公式(J.3)可简化。然而,由于 u_i 的某些分量与流量成正比,所有流量计的不确定度不可能相等,除非流量计相同并且流过流量计的流量也相等。若能满足这些条件,公式(J.3)简化为公式(J.4):

$$u_c(Q) = N \left\{ [u(x_{i,corr})]^2 + \frac{[u(x_{i,uncorr})]^2}{N} \right\}^{1/2} \quad \dots\dots\dots (J.4)$$

式中, $u(x_{i,corr})$ 和 $u(x_{i,uncorr})$ 为单台流量计的相关不确定度分量和不相关不确定度分量。

在这种情况下,以并联孔板测量为例,下述不确定度来源对每台流量计的影响是相等的,因而各流量计是彼此相关的:

- 流出系数;
- 膨胀因子。

如果各台并联流量计的测量不确定度是彼此无关的,下述不确定度来源对每台流量计的影响是不同的,因而是无关的:

- 管道直径;
- 节流孔径;
- 压差;

——密度；

——计算。

这些测量产生的不确定度对每个系统产生相同的影响，例如，使用同种流量计所带来的不确定度，这些不确定度应列入第一个列表中。

附录 K

(资料性附录)

不确定度分析的可选用技术

不确定度分析的数学理论基于这样一种假设：与被测值相比，不确定度较小（接近零点的测量除外）。这个假设对于形成原始理论的标准工作来说无疑是成立的，对于许多工业应用来说也是成立的。但是，并不能说对于所有工业场合都是成立的；在某些工业场合，与被测值相比，不确定度较大，就无法应用此数学理论。在这些情况下，一种被称为蒙特卡洛分析法(Monte Carlo analysis)的技术对于评定合成不确定度有很大使用价值。该方法对流量进行大量计算，每一次计算都对每个输入变量赋予不同的数值。每个输入值都是从该参数的假设分布中随机选取，并以此计算出输出流量的分布。

要取得输出的典型分布，需进行成千上万次计算，只有随着廉价计算能力的出现，蒙特卡洛分析法技术才能实际应用于合成不确定度的评定。GUM 没有专门涉及数值大的不确定度，因此也不探讨蒙特卡洛分析法；但是，面对相对不确定度大的情况，也许能找到相当有价值的方法。

参 考 文 献

- [1] GB/T 2624.1—2006 用安装在圆形截面管道中的差压装置测量满管流体流量 第1部分:一般原理和要求(ISO 5167-1:2003, IDT)
- [2] GB/T 2624.2—2006 用安装在圆形截面管道中的差压装置测量满管流体流量 第2部分:孔板(ISO 5167-2:2003, IDT)
- [3] GB/T 21188—2007 用临界流文丘里喷嘴测量气体流量(ISO 9300:2005, IDT)
- [4] ISO 748:1997 Liquid flow measurement in open channels—Velocity area methods
- [5] ISO 1438-1 Water flow measurement in open channels using weirs and Venturi flumes—Thin plate weirs
- [6] ISO/TR 5168:1998 Measurement of Fluid Flow—Evaluation of uncertainties
- [7] ISO/TR 7066-1 Assessment of uncertainty in the calibration and use of flow measurement devices—Part 1: Linear calibration relationships
- [8] ISO 7066-2 Assessment of uncertainty in the calibration and use of flow measurement devices—Part 2: Non-linear calibration relationships
- [9] DIETRICH C F. *Uncertainty, calibration and probability*. Adam Hilger, London. (1972). ISBN 85274017508
- [10] READER-HARRIS M J. AND SATTARY, J. A. The orifice plate discharge coefficient equation - the equation for ISO 5167-1. In Proc. of 14th North Sea Flow Measurement Workshop, Peebles, paper 24, October 1996. East Kilbride, Glasgow; National Engineering Laboratory
- [11] Recommendation INC-1:1980 Expression of experimental uncertainties
-